Temaopgaver i plangeometri

Opgave 1

Lad der være givet vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Denne opgave skal løses "manuelt", dvs. med formler fra lærebogen. Det eneste man må, er at bruge Maple som "lommeregner". Efter at have løst hvert punkt nedenfor, skal der følge en linje med en konklusion. Undgå at anvende subsections i Maple i denne opgave.

- Bestem skalarproduktet $\vec{a} \cdot \vec{b}$
- Bestem længden af hver af de to vektorer
- Bestem vinklen mellem vektorerne
- Bestem projektionen af $\vec{a}$ på $\vec{b}$
- Udregn følgende *linearkombination* af vektorerne af $\vec{a}$ og $\vec{b}$: $\vec{c} = 3 \cdot \vec{a} + 2 \cdot \vec{b}$.

Opgave 2

Besvar de samme spørgsmål som i opgave 1 blot nu på den smarteste måde i Maple, dvs. ved hjælp af Gym-pakke operationer, etc. Denne gange kan du slippe for at komme med konklusioner efter hvert punkt, da det er gjort i opgave 1.

Opgave 3

Givet vektorerne: $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ og $\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$.

a) Opløs vektoren $\vec{c}$ efter vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$, dvs. bestem konstanter s og t, så der gælder: $\vec{c} = s \cdot \vec{a} + t \cdot \vec{b}$ (man siger da, at $\vec{c}$ er en *linearkombination* af $\vec{a}$ og $\vec{b}$. Løs opgaven på den hurtigste måde i Maple. *Hjælp*: Anvend kommandoen *vsolve* fra Gym-pakken. Den kan løse vektor-ligninger.

b) Tegn i *GeoGebra* følgende vektorer:

$$\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c},\ s \cdot \vec{a} \text{ og } t \cdot \vec{b}$$

hvor s og t er de konstanter, du fandt frem til i a). Giv vektorerne følgende farver: henholdsvis rød, rød, grøn, blå, blå. Indsæt et skærmbillede af tegningen i dit dokument.

Opgave 4

Givet punkterne $A(-2,6)$, $B(2,-5)$ og $C(12,3)$. Bestem på hurtigste måde i Maple koordinaterne til følgende vektorer: $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{CB}$.

Opgave 5

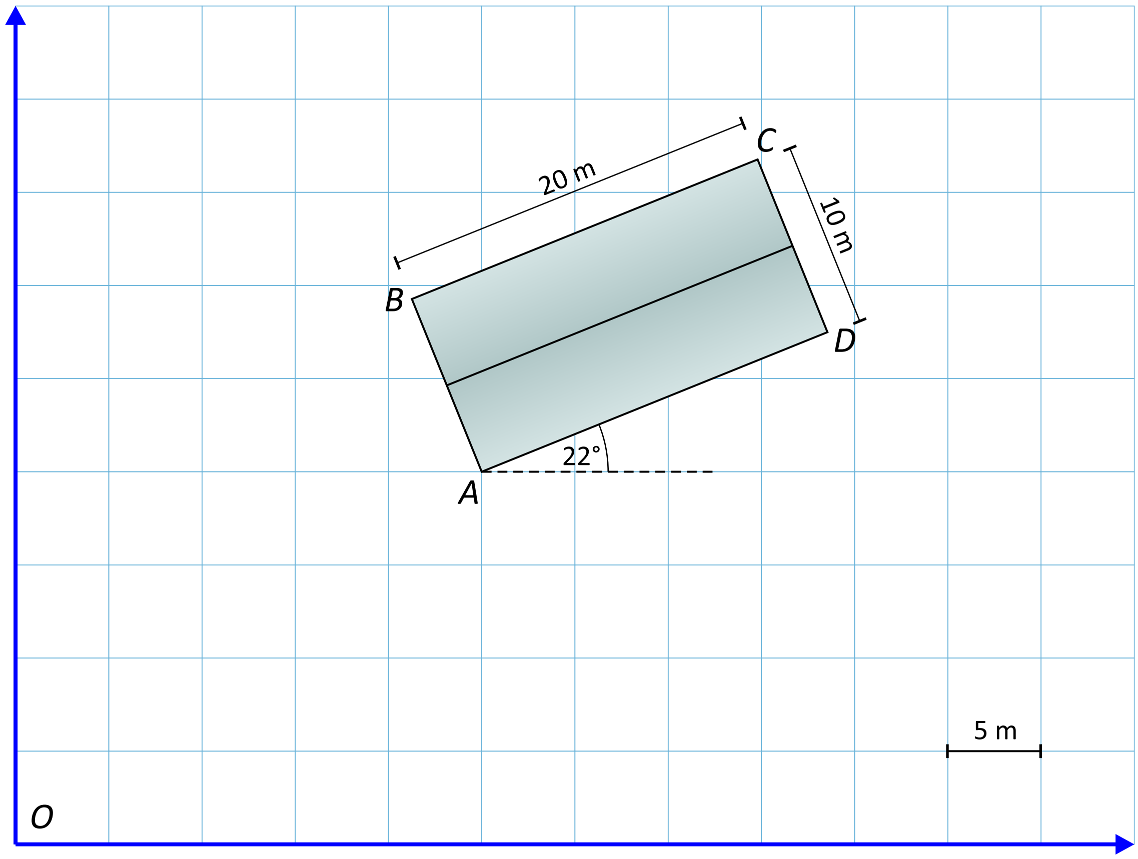
En entreprenør er i gang med at projektere noget nyt byggeri på en tom byggegrund. Du skal hjælpe tegnestuen med at foretage nogle beregninger. Tegningen nedenfor forestiller en plantegning af et hus, som er 20 m langt og 10 m bredt. I forhold til øst-vest er huset drejet 22°. Der er brug for at kende koordinaterne for de fire hjørner A, B, C og D i nedenstående koordinatsystem. Dem skal du bestemme. Maskevidden i nedenstående net er 5 meter. Dermed har hjørnet A koordinaterne (25,20), hvor enheden er underforstået meter.

Hjælp: Som bekendt kan enhver vektor $\vec{a}$ opskrives på følgende måde:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} |\vec{a}| \cdot \cos(v) \\ |\vec{a}| \cdot \sin(v) \end{pmatrix} \tag{1}$$

hvor v er vektorens *retningsvinkel*. Udnyt formlen til at bestemme koordinaterne til vektoren $\overrightarrow{AD}$. Gør det samme for vektoren $\overrightarrow{AB}$. Hvordan kan du herefter bestemme $\overrightarrow{AC}$? Benyt dernæst indskudsreglen til at bestemme vektorerne $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ og $\overrightarrow{OD}$.

NB! Opgaven må løses på den hurtigste måde i Maple.



Opgave 6

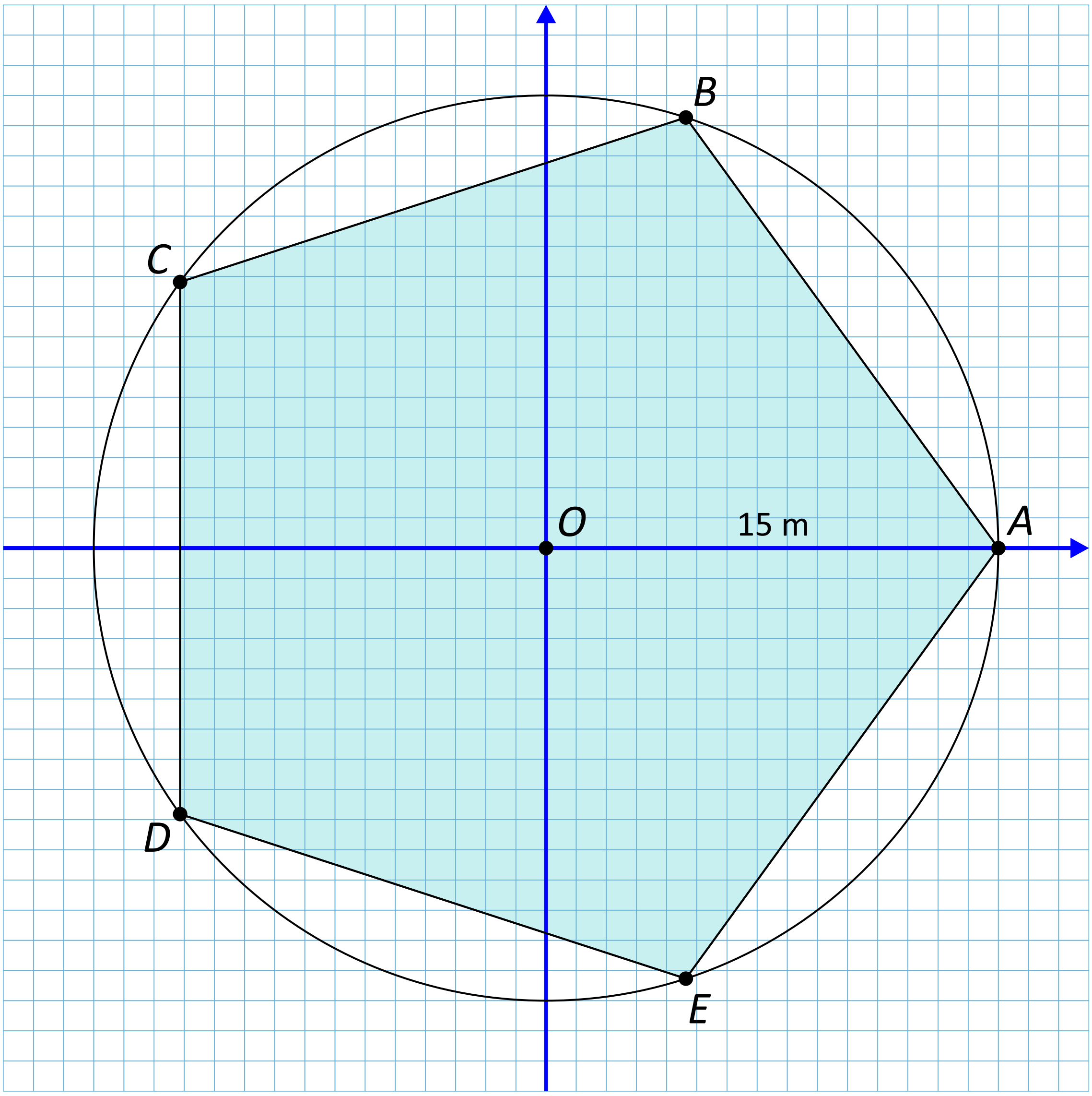
Den lokale teatergruppe *The Golden Section Adventureres* har projekteret en teatersal, hvor selve scenen har form som en *regulær femkant*. Det er meningen, at publikum skal sidde langs de fem kanter. I matematik betyder begrebet en "regulær n-kant" en polygon med n kanter, hvor siderne (kanterne) er lige lange og hvor hjørnerne ligger på en cirkel. I den konkrete situation er radius i cirklen lig med 15 m.

a) Argumenter for, at radierne fra origo O ud til hver af de fem hjørner har en indbyrdes vinkel på 72°.

b) Benyt formlen (1) fra opgave 5 samt indsigten i a) til at bestemme koordinaterne til hvert af de fem hjørner A, B, C, D og E.

c) Hvor lange er siderne i femkanten?

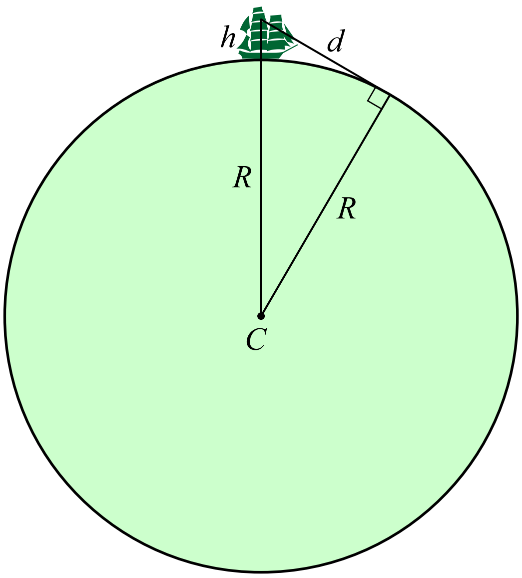
NB! Opgaven må løses på den hurtigste måde i Maple.



Opgave 7 (Afstand til horisonten)

Enhver ved, at når man er til havs, kan man se horisonten i det fjerne som den (næsten) rette linje, som adskiller vand og luft. Spørgsmålet er hvor langt den er borte, altså hvor langt kan man se? Svaret afhænger ikke overraskende af, hvor højt man befinder sig over havoverfladen. Vi kalder denne højde for h. I det følgende antages Jorden som værende kuglerund med en radius på 6367 km.

Kaptajn Cook er kravlet op i rigningen på sit skib og befinder sig i en højde af 27 meter over havoverfladen. Hvor langt kan han se? *Hjælp*: Regn på den retvinklede trekant på figuren og bestem d. Det er OK at bruge *trekantsolve* til at løse opgaven.



NB! Vi har foretaget nogle simplifikationer her. Selv om det er meget tæt på, er Jorden ikke helt kugleformet. Men der er også en anden ting: Lyset bevæger sig ikke helt retlinet i atmosfæren på grund af *brydning*. Igen er det dog tæt ved. Højden h er kraftigt overdrevet på figuren for at man kan se trekanten tydeligt.