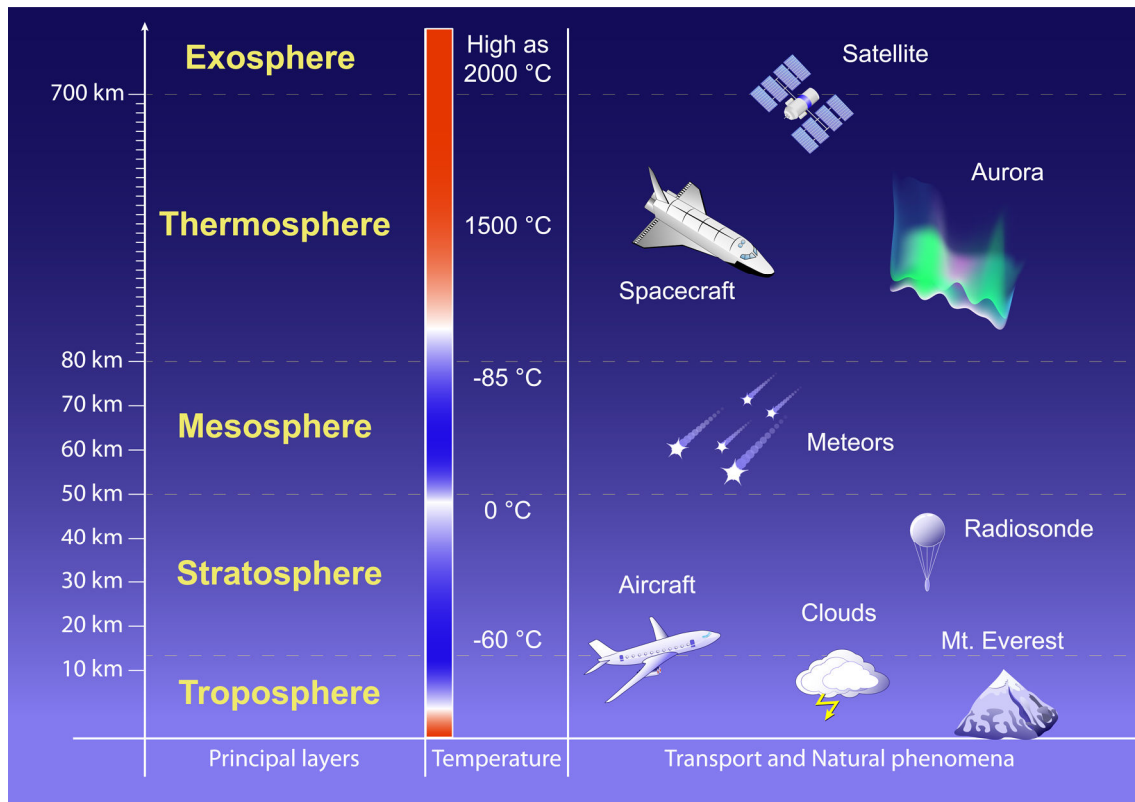


# Opgaver i lineær regression

## Opgave 1

I *Troposfæren* op til en højde af ca. 12 km over jordoverfladen aftager lufttemperaturen på en regelmæssig måde.



©iStock.com/ttsz (Layers of the Atmosphere)

Højde (km)	1	2	3	5	7	8	9	10	11
Temperatur (°C)	8,8	1,9	-4,9	-17,1	-30,8	-37,3	-43,9	-48,8	-56,1

- Ovenstående tabel indeholder sammenhørende værdier af højden over jordoverfladen og temperaturen i den pågældende højde (for en *International standard atmosfære*). Vis, ved at foretage lineære regression, at temperaturen aftager pænt lineært med højden i Troposfæren. Angiv en forskrift for den lineære sammenhæng.
- Brug modellen i a) til at forudsige, hvad temperaturen vil være i højden 6,5 km over jordoverfladen.
- I hvilken højde vil temperaturen være  $-10^{\circ}\text{C}$  ifølge modellen?
- Giv en sproglig fortolkning af hældningskoefficienten og konstantleddet i forskriften fundet i a).

## Opgave 2

En mand cykler på en kondicykel. Personen øger hele tiden sin belastning, så dennes puls stiger. Belastningen angives ved personens udførte effekt, målt i Watt. Nedenfor er sammenhørende værdier af mandens effekt og puls angivet.



©iStock.com/Wavebreakmedia

Effekt (W)	20	40	80	120	170	200	260	290
Pulsslæg pr. min.	68	77	93	109	127	137	161	173

- Påvis ved at foretage lineær regression, at der er tale om en lineær sammenhæng mellem effekten og pulsen. Angiv en forskrift for den lineære sammenhæng.
- Giv en sproglig *fortolkning* af hældningskoefficienten  $a$  og konstantleddet  $b$  i forskriften. Inddrag de konkrete værdier for  $a$  og  $b$  i formuleringen.
- Hvor stor vil mandens puls være ved en effekt på 150 W?
- Mandens maksimale puls er 185. Hvor stor en effekt vil manden maksimalt kunne levere?

### Opgave 3

En dykker måler sammenhørende værdier af dybden (under vandoverfladen) og trykket, mens han dykker ned til bunden i en lagune.



Dybde (m)	1,4	3,2	4,9	6,3	8,5	9,9	11,8	13,8	15,6
Tryk (atm)	1,13	1,30	1,50	1,59	1,86	1,95	2,20	2,39	2,47

- Påvis ved at foretage lineær regression, at der er tale om en lineær sammenhæng mellem dybden og trykket. Angiv en forskrift for den lineære sammenhæng.
- Giv en sproglig *fortolkning* af hældningskoefficienten  $a$  og konstantleddet  $b$  i forskriften. Husk at inddrage de konkrete værdier af  $a$  og  $b$ .
- Hvor langt skal dykkeren dykke ned, for at trykket kommer op på 3 atm.?
- Hvor stort er trykket i 40 meters dybde, forudsat at den lineære sammenhæng også holder her.

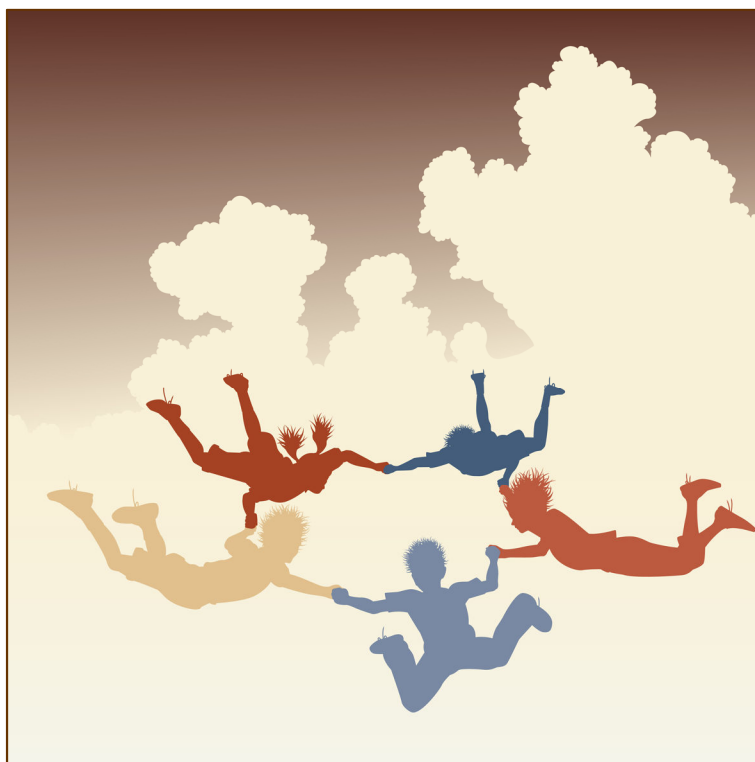
### Opgave 4

Den lille *Gym-nørd* ønsker at undersøge eventuelle fysiske lovmæssigheder for en faldende tennisbold. Bolden slippes fra toppen af en høj bygning, hvorefter der måles sammenhørende værdier af tiden (siden bolden slippes) og boldens hastighed. Den klare formodning er at hastigheden vokser med tiden, men hvordan?



Tid (s)	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
Hastighed (m/s)	2,0	3,8	5,9	7,8	9,8	11,8	13,7	15,6

- Hjælp lille Gym-nørd til at påvise, at hastigheden vokser lineært med tiden, ja endda *proportionalt* med tiden. Anvend lineær regression og bestem en sammenhæng. Hvorfor er det rimeligt at antage at konstantleddet kan være 0?
- Giv en fysisk fortolkning af hældningskoefficienten  $a$  i forskriften.
- Hvad ville hastigheden have været efter 2,5 sekunder?
- Hvor lang tid skal bolden falde, før boldens hastighed er oppe på 100 m/s, ifølge modellen?
- Modellens *gyldighedsområde* tillader ikke, at man løser spørgsmål d) ved hjælp af forskriften fra spørgsmål a). Hvorfor mon det?



## Opgave 5

Kaj har en æbleplantage på Fyn. Igennem årene 2012-2016 har han fået følgende stykpris pr. æble i gennemsnit:

Antal år efter år 2012	0	1	2	3	4
Stykpris (kr.)	0,45	0,51	0,55	0,62	0,66

- Påvis, at den pris, som Kaj i gennemsnit har fået pr. æble, er vokset lineært i den nævnte periode. NB! Bemærk betydningen af  $x$  og  $y$ .
- Hvor meget vil han i gennemsnit få pr. æble i år 2022, hvis udviklingen fortsætter?
- Hvornår vil gennemsnitsprisen pr. æble være oppe på 0,90 kr., hvis udviklingen fortsætter?

Undertiden skal man være varsom med at benytte en lineær model for langt væk fra de konkrete datapunkter, mens en lineær model i andre tilfælde kan have et stort *gyldighedsområde*.

- Giv nogle argumenter for, hvorfor det faktisk er højst usikkert at benytte modellen til at løse spørgsmålene b) og c).



## Opgave 6

Som bekendt fortæller *forklaringsgraden*  $R^2$  noget om, hvor tæt punkterne er på at ligge på en ret linje. Hvis forklaringsgraden er præcist lig med 1 eller  $-1$ , ligger alle punkterne på linje. Er forklaringsgraden meget tæt på 1 eller  $-1$ , så ligger punkterne ofte ret tæt på linje. Man skal imidlertid passe på med blindt at tro på denne værdi, som nedenstående to tilfælde viser. En visuel inspektion er også påkrævet!

- Fortag lineær regression på begge sæt af data nedenfor og konstater, at de to datasæt stort set har samme forklaringsgrad (de fire første cifre er ens).
- Hvilket sæt tror du mest på udviser en lineær sammenhæng? Begrund dit svar!

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	3,1	5,6	5,8	9,6	10,8	10,9	14,4	14,0	17,0

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	3,6	5,9	7,7	9,4	10,8	11,8	12,8	13,7	14,3