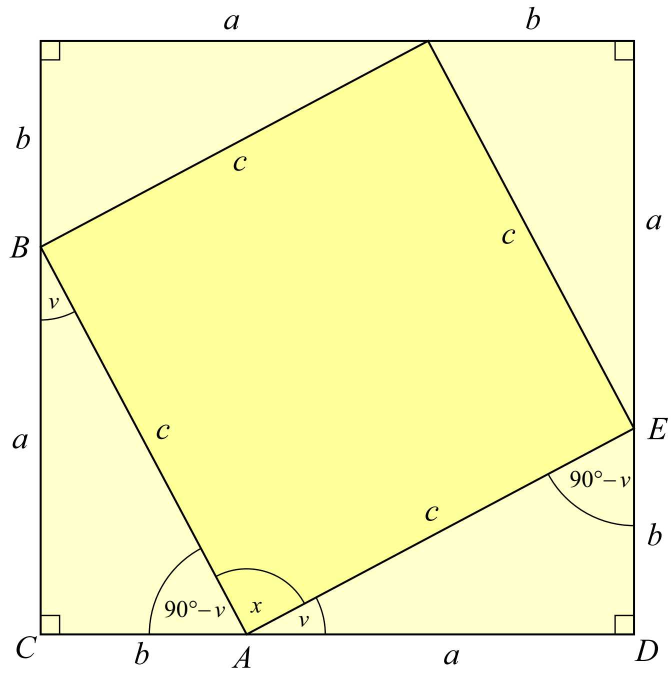
Et bevis for Pythagoras' sætning

Pythagoras' sætning

I en retvinklet trekant ABC, hvor den rette vinkel betegnes C, gælder:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Bevis: Lad os tegne et stort *kvadrat* med sidelængden $a+b$. Fire kopier af den ΔABC, som er omtalt i sætningen, anbringes nu i hvert hjørne af kvadratet, som angivet på figuren. I midten bliver herved dannet en lille firkant, hvor alle siderne har længden c.



For at vise at firkanten er et *kvadrat* og ikke bare en rombe, mangler vi at vise, at alle dens vinkler er 90°. Dertil vælger vi at kalde $\angle CBA$ for v. Da vinkelsummen i ΔABC er 180°, er $\angle CAB = 90° - v$. Trekanterne ABC og ADE er kongruente, dvs. $\angle DAE = v$ og $\angle DEA = 90° - v$. Da $\angle CAD = 180°$, har vi $(90° - v) + x + v = 180° \Leftrightarrow x = 90°$. Tilsvarende fås, at alle de øvrige vinkler i firkanten er 90°. Firkanten er altså et kvadrat. Arealet af hver af de fire trekanter er $\frac{1}{2} \cdot h \cdot G = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$. Da det store kvadrats areal er lig med summen af arealerne af det lille kvadrat og de fire trekanter, har vi:

$$(a+b)^2 = c^2 + 4 \cdot \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot b \quad \Leftrightarrow \quad a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + 2ab \quad \Leftrightarrow \quad a^2 + b^2 = c^2$$

hvormed sætningen er bevist.

■