

# Procentregning

I dette tillæg skal vi se på almindelig procentregning. Der er forskellige typer opgaver, der kan stilles, og vi vil behandle dem systematisk.

## 1. Omregning mellem procenter og kommatal

Ordet *procent* betyder ”per hundrede”. Det er ofte hensigtsmæssigt at benytte kommatal frem for procenter ved løsning af forskellige opgaver. Derfor er det vigtigt at kunne omregne procenttal til kommatal og omvendt. Det vises bedst ved nogle eksempler:

### Eksempel 1

- a)  $8\% = \frac{8}{100} = 0,08$
- b)  $-47\% = -\frac{47}{100} = -0,47$
- c)  $0,17 = 0,17 \cdot 100\% = 17\%$
- d)  $0,0032 = 0,0032 \cdot 100\% = 0,32\%$

Så man får kommatallet ved at dividere det, der står foran %-tegnet med 100. Vi kommer også til at regne med negative procenter, derfor eksempel 1b). Omvendt kan man omregne kommatal til procenttal ved at gange med 100%. Bemærk, at 100% faktisk er det samme som 1, og der sker jo ikke noget ved at gange med 1.

## 2. Procentdel af et tal

I dette afsnit skal vi regne med procenter af et tal. Lad os kalde det kommatal, som hører til den pågældende procent, for  $r$ . Man har følgende:

Man finder procentdelen af et tal ved at gange med det tilhørende kommatal.

### Eksempel 2

- a)  $8\% \text{ af } 300 = 0,08 \cdot 300 = 24$
- b)  $-30\% \text{ af } 200 = -0,30 \cdot 200 = -6$
- c)  $0,18\% \text{ af } 6400 = 0,0018 \cdot 6400 = 11,52$

Men man kan også støde på lidt sværere opgaver i denne forbindelse. For eksempel kan det være, at man skal finde ud af, hvor mange procent et tal  $A$  udgør af et andet tal  $B$ . Med andre ord, så skal man finde den procentdel, som hvis man tager den af  $B$ , så får man  $A$ . Denne procentdel kan altså fås ved at dividere  $A$  med  $B$ . Vi ser på et eksempel.

### Eksempel 3

På et gymnasium er der 1120 elever, hvoraf 328 elever er HF'ere. Hvor mange procent af eleverne på skolen er HF'ere?

Løsning:  $\frac{328}{1120} = 0,293 = 0,293 \cdot 100\% = 29,3\%$ , så svaret er 29,3%.

En anden type opgave er tilfældet hvor man kender, hvor mange procent  $A$  udgør af  $B$ , kender  $A$  og skal finde  $B$ . Her skal man dividere  $A$  med  $r$ . Vi ser på et eksempel.

### Eksempel 4

På et gymnasium i Jylland er der 521 piger og de udgør i alt 64% af alle skolens elever. Hvor mange elever er der på skolen?

Løsning:  $521/0,64 = 814$ , så svaret er 814 elever på skolen. Man kan også løse opgaven ved at tænke lidt anderledes: Man dividerer med 64 for at finde, hvor mange elever, der svarer til 1% og ganger derefter med 100 for at finde hvor mange, der svarer til 100%, altså det hele:  $521/64 \cdot 100 = 814$ .

## 3. Lægge en procent til/trække en procent fra et tal

I forrige afsnit så vi, hvordan man finder procenten af et tal. I dette afsnit skal vi lægge resultatet til eller trække resultatet fra det vi startede med. Lad os sige, at vi vil lægge 17% til 300. Først finder vi 17% af 300 ved at gange 300 med procenten omregnet til kommatall og dernæst lægger vi resultatet til de 300, vi startede med:

$$(1) \quad 300 + 0,17 \cdot 300 = (1 + 0,17) \cdot 300$$

Vi ser, at vi kunne have klaret opgaven i et hug ved at gange med 1 plus kommatallet. Hvis vi derimod skulle have trukket de 17% fra 300, ville vi have fået:

$$(2) \quad 300 - 0,17 \cdot 300 = (1 - 0,17) \cdot 300 = (1 + (-0,17)) \cdot 300$$

Højresiden i (2) mindre om højresiden i (1), blot har vi regnet renten negativ. Det giver anledning til, at vi kan opstille en generel formel, der inkluderer begge tilfælde:

#### Sætning 5

Hvis man lægger *renten*  $r$  til *begyndelsesværdien*  $B$ , så er *slutværdien*  $S$  givet ved:

$$(3) \quad S = (1 + r) \cdot B$$

Hvis man skal trække en rente fra et tal, så regnes renten blot negativ!

$F = 1 + r$  kaldes for *fremskrivningsfaktoren*. Der er tre typer opgaver, der kan forekomme: Enten skal  $S$ ,  $B$  eller  $r$  bestemmes, mens de øvrige størrelser kendes. Hvis  $S$  skal findes, kan (3) benyttes. Hvis  $B$  skal findes, omskrives (3) til følgende:

$$(4) \quad B = \frac{S}{1+r}$$

Hvis renten skal findes, omskrives (3) til:

$$(5) \quad r = \frac{S}{B} - 1$$

Lad os kigge på nogle eksempler.

### Eksempel 6

Sofies løn er dette år vokset med 4,6%. Sidste år var hendes årsløn 250.000 kr. Hvor stor er den i dag?

*Løsning:* Vi kender begyndelsesværdien og renten og skal finde slutværdien:

$$S = (1+r) \cdot B = (1+0,046) \cdot 250000 = 1,046 \cdot 250000 = 261500$$

så Sofies årsløn er vokset til 261.500 kr.

### Eksempel 7

Prisen på benzin er i denne måned faldet med 22%. I sidste måned var literprisen 10,60 kr. Hvor stor er den nu?

*Løsning:* Vi kender begyndelsesværdien og renten og skal finde slutværdien. Bemærk at der er tale om et fald, så vi regner renten negativ:

$$S = (1+r) \cdot B = (1+(-0,22)) \cdot 10,60 = 0,78 \cdot 10,60 = 8,27$$

så literprisen er nu 8,27 kr.

### Eksempel 8

Prisen for en computer er 6995 kr. incl. moms. Hvad er prisen eksklusiv moms, idet det oplyses, at momsen er på 25%.

*Løsning:* Vi kender prisen *efter* momsen er lagt til, så vi kender altså slutværdien. Vi kender desuden renten og skal finde begyndelsesværdien:

$$B = \frac{S}{1+r} = \frac{6995}{1+0,25} = \frac{6995}{1,25} = 5596$$

så prisen er 5596 eksklusiv moms.

### Eksempel 9

Indbyggertallet i en amerikansk by voksede i en periode fra 230.000 til 410.000. Hvor mange procent er indbyggertallet vokset med?

*Løsning:* Vi kender begyndelses- og slutværdi og skal finde renten:

$$r = \frac{S}{B} - 1 = \frac{410000}{230000} - 1 = 1,783 - 1 = 0,783 = 78,3\%$$

så indbyggertallet er vokset med 78,3%.

## Opgaver

### Opgave 11

Omskriv følgende procenttal til kommatal:

- a) 17%            b) -4%            c) 142%  
d) 0,6%           e) 98%            f) 0,01%

### Opgave 12

Omskriv følgende kommatal til procenttal:

- a) 0,31            b) 2,50            c) 0,00025  
d) 0,82            e) 10                f) -0,70

### Opgave 21

Bestem følgende procentdele

- a) 9% af 200            b) 0,7% til 7800            c) 147% af 40  
d) 0,03% af 120000            e) 99% af 870            f) -32% af 600

### Opgave 22

Løs nedenstående blandede opgaver.

- a) Gurli har en skatteprocent på 52%. Hvor meget skal hun betale i skat, hvis hendes skattepligtige indtægt er 300.000 kr.?  
b) Kaj har en sygefraværsprocent på 7%. Der er 200 arbejdsdage i året. Hvor mange dage var han syg?  
c) I en Aldi-forretning er der 34 ansatte, hvoraf de 28 er kvinder. Hvor mange procent af de ansatte er mænd?  
d) I et orkester er der 3 violinister, 2 klaverspillere og 2 sangere. Hvor mange procent af orkestrets deltagere er sangere?  
e) 42% af Holgers formue er sat i aktier. I alt er kursværdien af hans aktier 130.000 kr. Hvor stor er Holgers formue?  
f) I alt 31 af de ansatte i en møbelvirksomhed er rygere og det svarer til 16%. Hvor mange ansatte har virksomheden?

### Opgave 31

- a) Læg 14% til 500            b) Læg 0,24% til 1250            c) Træk 38% fra 700  
d) Træk 0,8% fra 13200            e) Læg 350% til 68            f) Træk 91% fra 800

### Opgave 32

Løs nedenstående blandede opgaver.

- a) Sidste år var et hus sat til salg for 1,4 mio. Det blev ikke solgt og sælgeren nedsætter nu prisen til 1,25 mio. kr. Hvor meget er nedsættelsen på i procent?  
b) Prisen på en dametaske er 895 kr. incl. moms. Hvad er prisen uden moms?

- c) I løbet af en bestemt periode i 1800-tallet voksede Danmarks befolkning med 24% til 850.000 indbyggere. Hvor mange indbyggere var der ved periodens begyndelse?
- d) Kursen på en bestemt aktie voksede i løbet af år 2005 fra 78,5 til 115,2. Hvor meget er kursen vokset med i procent?
- e) Partiet Venstre havde ved sidste meningsmåling en tilslutning på 23,4%. I den nye måling er deres stemmetal vokset med 6% (her menes ikke procentpoint!). Hvad er Venstres nye stemmeprocent?
- f) En radioaktiv kildes aktivitet faldt på 10 minutter fra  $4,5 \cdot 10^5$  Bq til  $3,0 \cdot 10^4$  Bq. Hvor mange procent er aktiviteten aftaget med på de 10 minutter?
- g) Danmarks eksport faldt i februar med 2,8%. Den var før på 2,65 mia. kr. Hvor stor er den nu?
- h) Jensen har fået en plæneklipper til rabatprisen 4395 kr. Rabatten var på 18%. Hvad var plæneklipperens pris før den blev nedsat?
- i) Siden 1970'erne er prisen på en bestemt vare vokset med 480%. Dengang var prisen 25 kr. Hvad er prisen i dag?
- j) På virksomhed A er der 2410 ansatte, mens der på virksomhed B er 1756 ansatte. Hvor mange flere der ansat på virksomhed A end på virksomhed B, regnet i procent?
- k) På virksomhed A er der 2410 ansatte, mens der på virksomhed B er 1756 ansatte. Hvor mange færre er der ansat på virksomhed B end på virksomhed A, regnet i procent?
- l) Louise og Kasper udførte et fysikforsøg sammen og de bestemte massefylden for jern til at være  $7,6 \text{ g/cm}^3$ . Tabelværdien er  $7,9 \text{ g/cm}^3$ . Hvor meget afviger den eksperimentelle værdi fra tabelværdien?

Løsninger kan findes på næste side!

**Løsninger**

Opgave 11:

- |          |          |           |
|----------|----------|-----------|
| a) 0,17  | b) -0,04 | c) 1,42   |
| d) 0,006 | e) 0,98  | f) 0,0001 |

Opgave 12:

- |        |          |           |
|--------|----------|-----------|
| a) 31% | b) 250%  | c) 0,025% |
| d) 82% | e) 1000% | f) -70%   |

Opgave 21:

- |       |           |         |
|-------|-----------|---------|
| a) 18 | b) 54,6   | c) 58,8 |
| d) 36 | e) 861,30 | f) -192 |

Opgave 22:

- |                |                |          |
|----------------|----------------|----------|
| a) 156.000 kr. | b) 14          | c) 17,6% |
| d) 28,6%       | e) 309.524 kr. | f) 194   |

Opgave 31:

- |          |         |        |
|----------|---------|--------|
| a) 570   | b) 1253 | c) 434 |
| d) 13094 | e) 306  | f) 72  |

Opgave 32:

- |                      |             |                      |
|----------------------|-------------|----------------------|
| a) Fald på 10,7%     | b) 716 kr.  | c) 685484 indbyggere |
| d) Stigning på 46,8% | e) 24,8%    | f) 93,3%             |
| g) 2,58 mia. kr.     | h) 5360 kr. | i) 145 kr.           |
| j) 37,2%             | k) 27,1%    | l) 3,8% for lidt     |