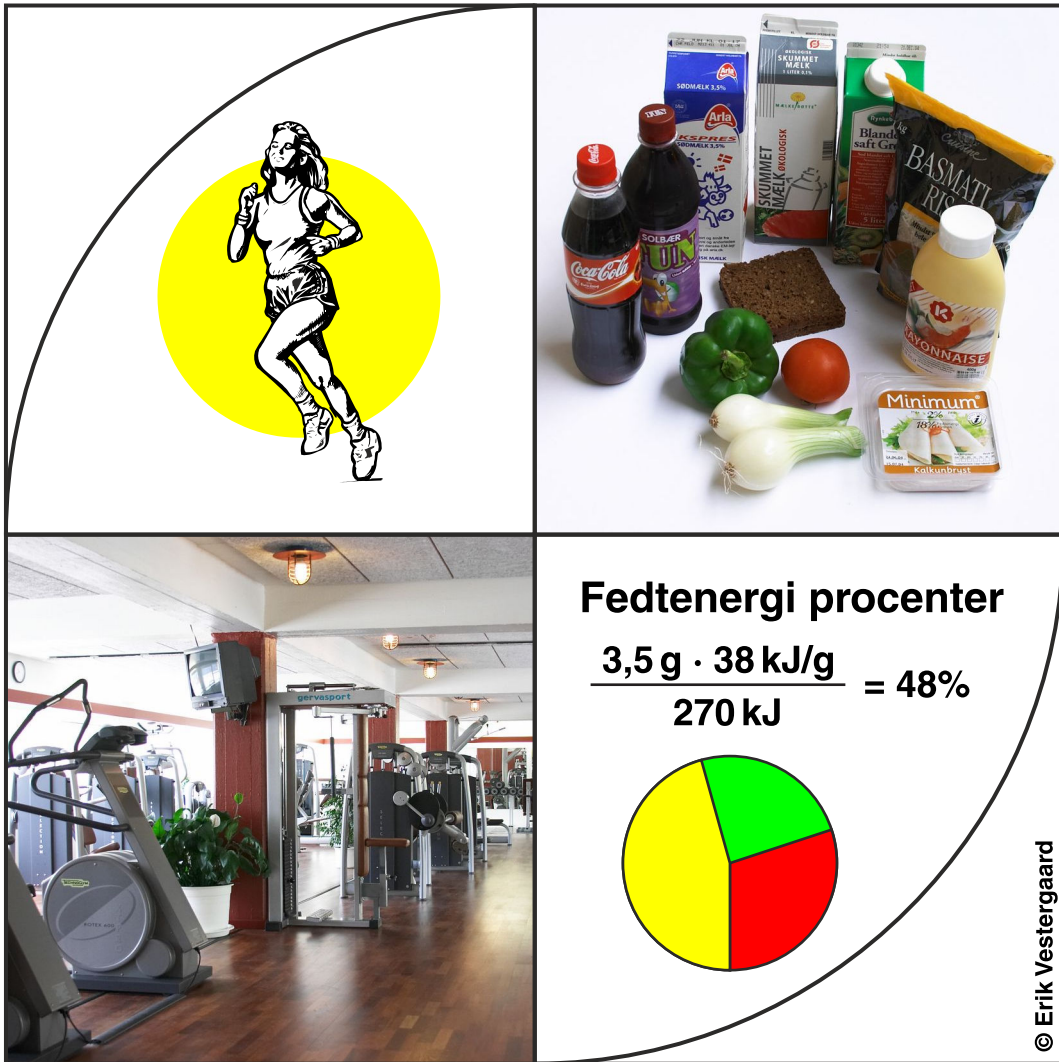


Fitness



Matematik

© Erik Vestergaard, 2009.

Opdateret maj 2017.

Side 20: © By Joseph-Arnold Demannez [Public domain], via Wikimedia Commons.

1. Introduktion

Efter I foråret 2004 at have gået regelmæssigt i fitness center og fulgt en speciel kostplan, begyndte jeg at interessere mig mere for emnet *fitness*. I takt med at min viden blev forøget, stod det mere og mere klart for mig, at fitness kunne være et glimrende emne til et projekt i matematik. På trods af, at det menneskelige legeme er en kompliceret sag, viser der sig nemlig at være overraskende meget, man kan udtale sig om og regne på. Der er således megen god matematik involveret: Foruden almindelig ”høkerregning” er der procentregning (herunder vægtet gennemsnit), statistik og lineære modeller. Jeg vurderer derfor, at materialet kan være velegnet til 1g og 1hf. Da *joule* (J) er den internationale standardenhed for energi, har jeg valgt at benytte den, selv om *kalorier* stadig benyttes meget indenfor ernæring & fitness. For dem, som ønsker at omregne mellem de to energienheder oplyses det, at 1 kalorie = 4,2 J. Bemærk, at når der skrives kJ menes der kilojoule, hvilket betyder 1000 Joule. Når ernæringsfolk taler om kalorier underforstår de undertiden kcal, dvs. kilokalorier. Dette kan desværre føre til mange misforståelser! For at projektet får mening, har jeg fundet det nødvendigt at forklare de forskellige begreber i starten. Den velinformerede læser kan springe over disse afsnit. En stor tak til fitnessinstruktør Bjarke Hansen, Haderslev, for gode forslag og for at have gennemset manuskriptet for faktuelle fejl.

2. Kostplaner

Kostplaner og deres indvirkning på menneskets vægt, velvære med mere er genstand for mange teorier. Det er samtidigt yndede emner i diverse medier, ikke mindst fordi de i disse år pirker til manges dårlige samvittighed og ønske om at fremstå med et mere perfekt ydre. Teorierne om den perfekte kostplan går undertiden i vidt forskellig retning, og de er ikke alle lige veldokumenterede og underbyggede. Der synes dog at være udbredt enighed om følgende princip:

Man tager på i vægt, hvis energien af det man indtager er større end den energi, som legemet forbrænder, og at man taber i vægt, hvis det omvendte er tilfældet!

3. Forbrænding og stofskifte

Med *forbrændingen* menes den energi, som legemet forbruger i løbet af et givet tidsrum, typisk en dag. Her hentydes til *al* den energi, som forbruges, altså ikke bare den, som forbruges ved fysisk aktivitet, men også den energi, som er nødvendig for at opretholde livsnødvendige funktioner og fordøje maden! Hvis man siger, at en person har et højt *stofskifte*, så mener man, at personen har en høj forbrænding. Ofte bliver et lavt stofskifte anført som årsag til fedme. Imidlertid er det i 99% af tilfældene en dårlig undskyldning for at spise for meget og/eller forkert! Kun ganske få er født med et lavt stofskifte. Et andet faktum er, at forbrændingen ikke er en fast størrelse. En meget væsentlig del af en fornuftig slankekur består faktisk i at forøge forbrændingen. Det *basale stofskifte*, dvs. den energi, som legemet behøver når der slet ingen fysisk aktivitet foregår, aftager i øvrigt

naturligt med alderen, og det er en af årsagerne til, at mange tager på med alderen! Forbrændingen kan øges på forskellige måder:

1. *Opbygge muskelmassen.* Det kræver mere energi for legemet at vedligeholde/ernære muskler, selv når man er inaktiv. En mulighed er at øge muskelmassen i et fitness-center gennem styrketræning. Under øvelserne vil legemet selvfølgelig bruge lidt energi, men der er også en *efterbrænding* efter øvelserne, hvor forbrændingen vil være forøget. Selv efter denne periode vil forbrændingen være forøget i kraft af at musklerne som sagt kræver mere energi at vedligeholde og ernære hele døgnet.
2. *Fordele måltider jævnt over dagen.* Mange mindre måltider sørger for, at fordøjelsessystemet hele tiden er aktivt og at forbrændingen aktiveres hver gang, man spiser. Meget vigtigt med et godt morgenmåltid for at få ordentligt gang i systemet. Desuden bør det sidste måltid ikke ligge for sent på aftenen, da den optagne energi har større tendens til at blive lagret som fedt.
3. *Indtage bestemte fødevarer.* Visse fødevarer, såsom kaffe og alkohol, synes at have en tendens til at forøge systemets forbrænding. Indtagelse af en stor væskemængde synes også at have en gavnlig effekt på forbrændingen. Når kroppen omsætter den mad vi spiser til næringsstoffer, der kan bruges til brændstof, så bruger den allerede i denne proces en del energi, og den er meget større for protein. Faktisk går helt op til 30% af den energi, der er i proteinet, til fordøjelsen. De tilsvarende tal for kulhydrat og fedt er henholdsvis 5% og 1%. Derfor vil mere proteinholdig mad forøge forbrændingen! For at få denne effekt skal man dog holde sig til protein fra kød, mælkeprodukter, fisk og æg. Effekten ved indtagelse af vegetabilsk protein gavner ikke så meget i den sammenhæng. Af tallene for fordøjelsen ovenfor ser vi også, at det vil øge forbrændingen at udskifte noget af fedtet med kulhydrat! Fiberrig mad forårsager også en lille stigning i forbrændingen.
4. *Konditionstræning.* Konditionstræning vil selvfølgelig øge forbrændingen under selve træningen. Der vil dog ikke være nogen forøget forbrænding under hvile, bortset fra en vis efterbrænding efter selve motionen. Meget tyder på, at man får det største udbytte af konditionstræningen ved at arbejde ved *høj intensitet* og i intervaller af *vekslende intensitet*, frem for at arbejde ved lav intensitet i lang tid! Man skal dog være opmærksom på, at hvis man er på en diæt, dvs. indtager mindre energi end man forbrænder, så vil konditionstræning bevirke, at ikke blot noget af den nødvendige energi vil komme fra forbrænding af fedt, men at en del også vil komme fra forbrænding af muskler! Det sidste vil have en negativ indvirkning på forbrændingen, ifølge punkt 1.

Mange, som ønsker at komme ned i vægt, begår den fejltagelse at starte en "sultekur". Godt nok taber de i vægt et stykke tid, men når de ikke mere kan holde kuren ud og begynder at spise normalt, tager de typisk hurtigt det tabte på igen og ofte mere til. Forklaringen er, at legemet nedsætter forbrændingen under sultekuren og indstiller sig på et lavere niveau. Når personen så spiser normalt igen vil vedkommende optage mere energi, end der forbrændes, med vægtforøgelse til følge.

4. Fødevarernes energifordeling

Energien fra en fødevarer kommer fra én eller flere af følgende 4 næringsstoffer: *Fedt*, *protein*, *kulhydrater*, *alkohol*. Uanset fra hvilket produkt disse næringsstoffer stammer, så indeholder de en ganske bestemt energi pr. gram, som anført nedenfor.

Fedt:	38 kJ/g	Kulhydrater:	17 kJ/g
Protein:	17 kJ/g	Alkohol:	30 kJ/g

Udover at skære i det totale energiindtag, drejer slankekur sig om at vælge en passende fordeling af ovenstående næringsstoffer. En af de mere kontroversielle diæter er *Atkins-kuren*, som går ud på at spise masser af protein og fedt, men næsten ingen kulhydrat. Mange føler sig tiltrukket af denne kur, da den tilsyneladende tillader én at fortsætte med at spise fedtholdig mad. Og undersøgelser tyder da også på, at kuren kan fremkalde et vægttab. Nogle er dog bekymrede for om den kan øge risikoen for blodpropper i hjertet og udvikling af diabetes. Forskere anfører også mulige bivirkninger som svimmelhed og forstoppelse. Andre mener at personer, som følger Atkins-kuren, undertiden vil føle sig tappet for energi, som følge af den ringe indtagelse af kulhydrater.

Den kur, som jeg vil tale for her er den mere almindelige, hvor *fedttab* er det centrale: Kun lidt fedt og pænt meget protein. Leder man efter produkter med mindre fedt, vil man næsten altid samtidigt få produkter med en mindre totalenergi end tilsvarende mere fedtholdige produkter.

Protein er nødvendig for at kunne opretholde og udbygge muskulaturen, som er med til at øge stofskiftet. Man bør få mindst 0,7 gram protein pr. kg kropsvægt pr. dag. For sportsfolk anbefales dog ca. 1,5 gram protein pr. kg kropsvægt pr. dag.

Fedt er faktisk livsnødvendig, for at cellerne kan fungere og for at man kan drage nytte af visse fedtopløselige vitaminer. Men det er her vigtigt, at der er tale om de *rigtige* fedtsyrer, nemlig de umættede omega-3 fedtsyrer, enten enkelt-umættede eller fler-umættede fedtsyrer! De findes i fisk som laks, tunfisk, makrel etc. Det kan være en god idé om morgenen at indtage en spiseskefuld torskelevertran med de gode umættede fedtsyrer! De dårlige fedtsyrer er de *mættede fedtsyrer*, som findes i mejeri- og kødprodukter, og dem bør man undgå at få for meget af. De allerværste er de såkaldte *transfedtsyrer* eller *hydrogenerede fedtsyrer*, som er kunstigt fremstillet for at opnå lang holdbarhed og fedt med fastere konsistens. De benyttes i margarine, vegetabiliske olier, brød, kager, kiks, slik, chips, wienerbrød, pommefrites etc. De giver øget risiko for hjertekarsygdomme, dårligere insulinfunktion og øget tendens til blodpropper. Sundhedsstyrelsen anbefaler højst 30% fedt(energi) i den mad, man spiser. Hvis man er på kur kan man søge at holde den på omkring 20%. Det gode ved at minimere fedtet er at kolesterol i blodet sænkes og man derfor ikke så nemt får kredsløbssygdomme og diabetes.

Kulhydrater fås fra produkter som frugt og grønt, brød, sodavand, juice og meget andet. Det er her vigtigt, at du vælger de *langsomme kulhydrater*, som optages langsomt i organismen og giver anledning til et mere stabilt niveau for *blodsukkeret* end de *hurtige kulhydrater*, som optages hurtigt, og som kan få blodsukkeret til at fluktuere meget. Når blodsukkeret bliver højt relativt kort efter indtagelse af hurtige kulhydrater, vil legemet producere mere insulin for at få blodsukkeret til at falde. Det gør systemet ofte så godt, at blodsukkeret daler til et minimum, hvilket ofte medfører, at personen føler sig lidt træt og uden energi. De gode kulhydrater, altså de langsomme, finder du blandt grønsager og grovere kornprodukter, hvori der tilmed er mange fibre. Derimod hører kulhydrater fra sodavand og hvidt brød til blandt de hurtige kulhydrater!

Bagest i denne note kan du finde en lille kalorientabel over udvalgte produkter.

5. To fedtprocenter

På langt de fleste fødevarer står anført hvor mange gram protein, kulhydrat og fedt, der er i 100 gram af varen. Du kan se deklarationen for noget kalkunbryst pålæg nedenfor:

Figur 1

Minimum Kalkunbryst			
Kogt.			
Nettovægt: 100 g · Antal skiver: 9-11			
Ingredienser: til 100 g færdigvare er anvendt: 99 g kalkunbryst, 3,3 g salt, mælkesukker, antioxidant (E 301), stabilisatorer (E 415 E 450), krydderier, konserveringsmiddel (E 250).			
Næringsindhold pr. 100 g:		Energifordeling	
		I varen	Anbefalet i dagskost
Energi	410 kJ/100 kcal		
Protein	19 g	80%	10-15%
Kulhydrat	0-1 g	2%	55-60%
Fedt	2 g	18%	højst 30%

Der er to typer fedtprocenter: *Fedtmasseprocent* og *fedtenergi procent*. Den første angiver, hvor mange procent af varens *masse* (vægt), som er fedt, mens den sidste angiver hvor mange procent *fedt energien* udgør af hele produktets *energi*. Lad os udregne dem for kalkunbryst. Man kan selvfølgelig nøjes med at regne på 100 gram af produktet:

$$\text{Fedtmasseprocent} = \frac{\text{Antal gram fedt i 100 g af varen}}{100 \text{ g}} = \frac{2 \text{ g}}{100 \text{ g}} = 0,02 = 2\%$$

$$\begin{aligned} \text{Fedtenergi procent} &= \frac{\text{Energien af fedtet i 100g af varen}}{\text{Den totale energi i 100g af produktet}} \\ &= \frac{2 \text{ g} \cdot 38 \text{ kJ/g}}{410 \text{ kJ}} = 0,185 = 18,5\% \end{aligned}$$

hvor vi har udnyttet oplysningen ovenfor om, at 1 gram fedt indeholder en energi på 38 kJ. Vi kan se, at fedtprocenterne passer fint med dem, som står anført på produktet på

figuren. Spørgsmålet er hvilken procent, der er mest relevant? Her er svaret klart fedtenergiprocenten, for en person behøver en nogenlunde velbestemt energi for at holde vægten konstant, hvorimod noget tilsvarende ikke er tilfældet med massen (vægten) af føden. For eksempel svarer energien i 400 gram kartofler omtrent til energien i 100 gram ris!

Fedtenergiprocenten er langt mere relevant end fedtmasseprocenten

Figur 2



Faktisk hører det til sjældenhederne at begge procenter anføres på varen, som tilfældet er med kalkunbrystet ovenfor. Lad os beregne fedtprocenterne for tomatsuppen på billedet idet det oplyses, at der i 100 g af varen er 1,0 g protein, 5,5 g kulhydrat og 3,0 g fedt og at totalenergien i 100 gram er 220 kJ:

$$\text{Fedtmasseprocent} = \frac{3,0 \text{ g}}{100 \text{ g}} = 3\%; \quad \text{Fedtenergiprocent} = \frac{3,0 \text{ g} \cdot 38 \text{ kJ/g}}{220 \text{ kJ}} = 51,8\%$$

Her ser man hvorfor fedtenergiprocenten ikke er anført på tomatsuppen!! En kæmpe værdi! Forklaringen er, at selv om der "kun" er 3,0 gram fedt i 100 gram af varen, så har suppen så lille en totalenergi, at den del af energien, som udgøres af fedt, bliver stor! Man kan undre sig over, hvorfor den danske lovgivning tillader denne vildledning, når det er fedtenergiprocenten, der er relevant!

Fra officiel side anbefales det, at man samlet set holder sig under 30% i fedtenergiprocent, som det også står anført på deklarationen på figur 1.

6. Den gennemsnitlige fedtenergiprocent

Normalt spiser man en række fødevarer og spørgsmålet er så, hvordan man beregner den *gennemsnitlige fedtenergiprocent*? Svaret er, at man beregner det *vægtede gennemsnit* af de enkelte fedtenergiprocenter med fedtenergiene som vægte.

Lad os se på et eksempel, hvor vi spiser en skive rugbrød med smør og leverpostej på og drikker et glas letmælk til. En skive rugbrød vejer typisk 45 g, og lad os sige, at vi anvender 3 g smør og 40 g leverpostej og at vi drikker 0,25 liter letmælk.

Produkt	Masse (g)	Energi (kJ)	Andel af energien	fedtenergiprocent
Rugbrød	45	396	$0,278 = 27,8\%$	$0,065 = 6,5\%$
Smør	3	93	$0,065 = 6,5\%$	$0,990 = 99,0\%$
Leverpostej	40	463	$0,324 = 32,4\%$	$0,788 = 78,8\%$
Letmælk	250	475	$0,333 = 33,3\%$	$0,300 = 30,0\%$
Totalenergi (kJ):		1427		

Man kan lave et skema som ovenfor. Først udregnes den energi, som er i hvert enkelt produkt. Da der for eksempel er 45 g rugbrød, og energien i rugbrød er 879 kJ pr. 100 g, så er svaret her $45 \text{ g} \cdot 879 \text{ kJ}/100 \text{ g} = 396 \text{ kJ}$. Summen af energierne udregnes til 1427 kJ. Man kan herefter beregne hvor meget hver enkelt produkt bidrager til energien. Vi ser, at rugbrødet udgør $396 \text{ kJ}/1427 \text{ kJ} = 0,278 = 27,8\%$ af den totale energi! Fedtenergiprocenten bestemmes efter metoden fra afsnit 5. For rugbrød fås for eksempel følgende: $(1,5 \text{ g} \cdot 38 \text{ kJ/g})/879 \text{ kJ} = 0,065 = 6,5\%$. For at beregne den gennemsnitlige fedtenergiprocent skal vi nu bruge de to sidste søjler. Energiandelene kommer til at fungere som vægte for fedtenergiprocenterne i nedenstående *vægtede gennemsnit*. Det giver en noget højere værdi end den anbefalede grænse på 30% fedt!

$$0,278 \cdot 0,065 + 0,065 \cdot 0,990 + 0,324 \cdot 0,788 + 0,333 \cdot 0,300 = 0,438 = 43,8\%$$

Bemærkning

Man kan også udregne den gennemsnitlige fedtenergiprocent ved at beregne, hvor mange gram fedt, der er i hver af produkterne, lægge dem sammen og bestemme energien af dette fedt, for endelig at sætte det i forhold til totalenergien (overvej!)

7. Den totale energiindtagelse

Man skal ikke glemme, at den samlede energiindtagelse i sammenligning med den forbrændte energi pr. dag er altafgørende for, om man tager på eller ej! Produkter, som har en stor fedtenergiprocent, vil ofte også have en høj energi, sammenlignet med tilsvarende mere fedtfattige produkter. Det er en af grundene til, at det er hensigtsmæssigt at holde fedtenergiprocenten nede. En anden er, at indtagelse af færre mættede fedtsyrer vil reducere problemet med kolesterol i blodet og forebygge kredsløbssygdomme.

Opgaver

Nedenfor en række opgaver, hvoraf nogle kan anvendes i forbindelse med projekter. Opgaver med en * antages at være lidt sværere. I parentes angives den type matematik, som anvendes ved løsningen. På side 21 kan du se en lille kalorietabel.

Opgave 1 (Elementær regning)

Benyt i det følgende kalorietabellen på side 21. Hvor meget energi er der i

- a) 500 g oksekød med max 19% fedt?
- b) 150 g smør?
- c) 80 g Basmati ris?
- d) 0,25 liter letmælk (vi kan regne med, at det vejer 0,25 kg)
- e) 100 g sukker?

Opgave 2 (Elementær regning)

- a) Hvor mange gram fedt er der i en mini Mars bar, som vejer 19 g?
- b) Hvor stor en energi er der i fedtet fra mini Mars baren fra spørgsmål a)?
- c) Hvad er den totale energi i nævnte mini Mars bar?

Opgave 3 (Elementær regning)

Hvor mange gram kartofler skal man spise for at få samme energimængde, som ved indtagelse af 100 g Basmati ris?

Opgave 4 (Procentregning)

Betragt data for de tre oste nederst i kalorietabellen på side 21.

- a) Bestem fedtenergiprocenten for hver af dem.
- b) Hvad kan du sige om protein-, kulhydrat- og fedtindholdet i ost generelt, idet du også sammenligner med andre produkter i tabellen?

Opgave 5 (Procentregning)

Bestem fedtenergiprocenterne i de forskellige former for fisk, som findes i kalorietabellen på side 21: Laks, tun, torsk og sild.

Opgave 6 (Procentregning)

Hvad er fedtenergiprocenten i remoulade?

Opgave 7 (Procentregning)

Vi skal i denne opgave undersøge forskellige drikke. Kommentarer til nedenstående deklarerationer: Sødmælk, letmælk og skummetmælk fra Arla. Æble Juice fra Rynkeby. Blandet saft og blandet saft light begge fra Rynkeby og data er i forhold til den anbefalede fortynding. Kakaomælk er Cocio chokolademælk. Øl er Tuborg Classic.

Sødmælk

Energi:	270 kJ
Protein	3,4 g
Kulhydrat	4,7 g
Fedt	3,5 g

Letmælk

Energi:	190 kJ
Protein	3,4 g
Kulhydrat	4,7 g
Fedt	1,5 g

Skummetmælk

Energi:	140 kJ
Protein	3,5 g
Kulhydrat	4,8 g
Fedt	0,1 g

Blandet saft

Energi:	150 kJ
Protein	0 g
Kulhydrat	9 g
Fedt	0 g

Blandet saft light

Energi:	40 kJ
Protein	0 g
Kulhydrat	2 g
Fedt	0 g

Fun (light)

Energi:	3 kJ
Protein	0 g
Kulhydrat	≈ 0 g
Fedt	0 g

Coca Cola

Energi:	180 kJ
Protein	0-1 g
Kulhydrat	10,6 g
Fedt	0 g

Æblejuice

Energi:	170 kJ
Protein	0 g
Kulhydrat	10 g
Fedt	0 g

Rødvin

Energi:	315 kJ
Protein	0,2 g
Kulhydrat	1,5 g
Fedt	0,0 g

Kakaomælk

Energi:	290 kJ
Protein	2,9 g
Kulhydrat	10,0 g
Fedt	2,0 g

Kaffe

Energi:	9 kJ
Protein	0,2 g
Kulhydrat	0,3 g
Fedt	0,0 g

Øl

Energi:	165 kJ
Protein	0,4 g
Kulhydrat	2,7 g
Fedt	0,0 g

- Kontroller deklARATIONEN for sødmælk: Stemmer energien fra protein, kulhydrat og fedt med den totale energi i 100 g?
- Forklar hvorfor energien for protein, kulhydrat og fedt fra produkterne rødvin og øl ikke stemmer overens med den totale energi?
- Bestem såvel fedtmasseprocenten som fedtenergiprocenten for sødmælk, letmælk og skummetmælk. Hvad konkluderer du?
- Det er normalt langt mere fornuftigt at drikke letmælk frem for Coca Cola, selv om der indtages ca. lige meget energi. Kan du give en forklaring på det?
- Bestem protein-, kulhydrat- og fedtenergiprocenterne i kakaomælk.

Opgave 8 (Vægtet gennemsnit)

Ulrik får til morgenmad 60 g cornflakes med 3 dl letmælk (300 g) og 20 g sukker.

- Lav en tabel á lá den i afsnit 6. Hvad er den totale energi i måltidet?
- Bestem den gennemsnitlige fedtenergiprocent.
- Tror du det er et fornuftigt måltid? Kan du forbedre det?

Opgave 9 (Vægtet gennemsnit)

Madsen får til aftensmad to hakkebøffer (hakket oksekød med 19% fedt) på sammenlagt 200 g, 350 g kartofler, 90 g ærter og 20 g smørsovs. Bestem den samlede energi for måltidet og beregn den gennemsnitlige fedtenergiprocent.

Opgave 10 (Procentregning)

Anette spiser et stykke (hvide) franskbrød (25 g) med 5 g smør og 25 g jordbær syltetøj.

- Bestem totalenergien.
- Hvor stor en procentdel af totalenergien udgør energien fra syltetøjet?
- Angiv andelen af totalenergien, fordelt på henholdsvis protein, kulhydrater og fedt.

Opgave 11 (Elementær regning)

En flaske indeholdende 0,7 liter whisky har en alkohol volumenprocent på 43.

- Hvad er volumenet af alkoholen i flasken?
- Bestem massen af alkoholen, når det oplyses, at massefylden (densiteten) af alkohol (ethanol) er 0,79 g/ml.
- Bestem energien af alkoholen, jvf. afsnit 4.
- En *genstand* defineres som 12 g ren alkohol. Bestem antallet af genstande i flasken.

Opgave 12 (Simpel lineær interpolation)

Med en persons *fedtprocent* menes den procent, som fedtets masse udgør af hele persons masse. Denne er selvsagt ikke nem at måle nøjagtigt, men praksis har vist, at man kan få en rimelig værdi for den ved at anvende et instrument, som vist på figuren.



Man måler på hudfolder et antal steder på kroppen. Instrumentet klemmes under et bestemt "tryk" (10 g/mm²) sammen omkring hudfolden og tykkelsen kan måles i mm. Det skal siges, at for at få pålidelige målinger, kræves der rutine i at bruge instrumentet. Én model er at måle på *triceps*, *siden* og *maven* og lægge tallene for hudfoldernes tykkelser sammen. Herefter kan man slå op i en tabel for at finde fedtprocenten. Et uddrag af denne tabel er gengivet på side 13.

Eksempel 1

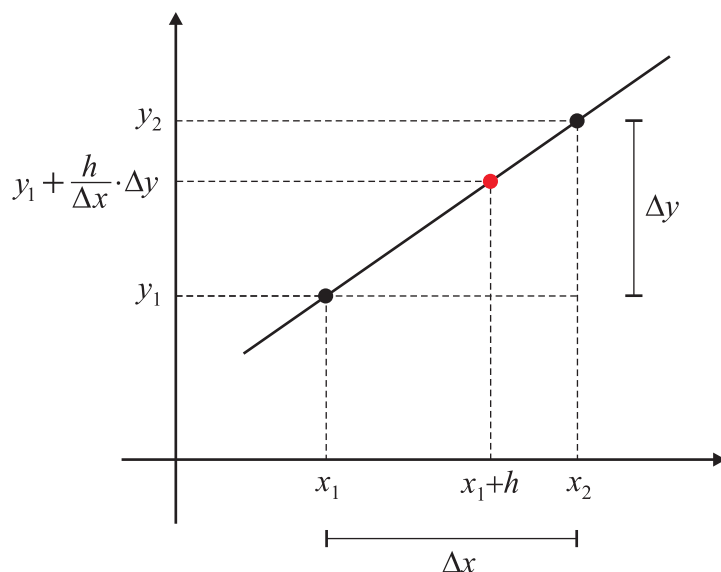
En 34-årig kvinde får målt triceps, siden og maven til henholdsvis 10 mm, 21 mm og 29 mm. Summen giver 60 mm, hvorefter opslag i tabellen giver 24,5% fedt!

Eksempel 2

En 26-årig mand får målt triceps, siden og maven til henholdsvis 8,4 mm, 15,8 mm og 22,6 mm. Summen er 46,8 mm. Der er ikke nogen indgang i tabellen med netop 46,8 mm. Derimod ser vi, at der ud for 46 mm står 17,5% og ud for 48 mm står 18,0%. På 2 mm ændrer fedtprocenten sig altså med 0,5% point! På 0,8 mm ændrer fedtprocenten sig derfor ca. med $0,8/2,0 \cdot 0,5\% = 0,2\%$. Altså fås en god værdi for fedtprocenten for 46,8 mm ved at addere 17,5% og 0,2%, dvs. svaret er 17,7%!

Har man fedtprocenten kan man altså nemt udregne hvor mange kg fedt, der er på kroppen og dermed også massen af det stof, som *ikke* er fedt, f.eks. muskler, organer, blod og vand, også kaldet *Lean Body Mass* (LBM).

- En 18-årig kvinde får målt triceps, side og mave til henholdsvis 17,0 mm, 28,2 mm og 28,8 mm. Bestem kvindens fedtprocent.
- Det oplyses, at kvinden fra spørgsmål a) vejer 64,5 kg. Hvor mange kg fedt har hun? Bestem desuden LBM.
- En 54-årig mand får målt triceps, siden og maven til henholdsvis 10,2 mm, 19,7 mm og 28,6 mm. Bestem mandens fedtprocent med 1 decimals nøjagtighed.
- Manden fra spørgsmål c) oplyses at veje 87 kg. Bestem hans LBM.
- * Det vi gjorde i eksempel 2 ovenfor kaldes egentligt for *lineær interpolation*, og det går ud på følgende: Hvis man har to tabelværdier y_1 og y_2 for tabelindgangene x_1 henholdsvis x_2 , så kan en god værdi for tabelværdien for en *mellemliggende* værdi $x_1 + h$ findes ved at antage, at tabelværdierne er en lineær funktion af tabelindgangene imellem de to indgange. Vis, at tabelværdien for tabelindgangen $x_1 + h$ da er lig med $y_1 + (h/\Delta x) \cdot \Delta y$, hvor $\Delta x = x_2 - x_1$ og $\Delta y = y_2 - y_1$. *Hjælp:* Brug eventuelt sætningen om forholdet mellem siderne i ensvinklede trekanter.



Herunder et lille udsnit af den *fedtprocenttabel*, som hører til instrumentet.

	Mænd				Kvinder			
mm	15-29 år	30-39 år	40-49 år	50+ år	15-29 år	30-39 år	40-49 år	50+ år
40	16,0	16,3	16,9	17,6	19,0	18,0	18,2	17,4
42	16,5	16,8	17,4	18,0	19,7	19,0	19,4	18,2
44	17,0	17,4	18,0	18,7	20,3	19,7	20,6	19,0
46	17,5	17,9	18,5	19,3	21,0	20,3	21,8	19,8
48	18,0	18,4	19,0	20,0	21,4	21,0	23,0	20,5
50	18,8	19,0	19,5	20,5	21,8	21,7	23,3	21,3
52	19,5	19,5	20,0	21,0	22,2	22,3	23,7	22,0
54	20,3	20,0	20,7	21,5	22,6	23,0	24,0	22,8
56	21,0	20,7	21,3	22,0	23,0	23,5	24,3	23,5
58	21,8	21,3	22,0	22,5	23,5	24,0	24,7	24,3
60	22,5	22,0	22,5	23,0	24,0	24,5	25,0	25,0
62	23,3	22,7	23,0	23,5	24,5	25,5	25,5	25,5
64	24,0	23,4	23,5	24,0	25,0	25,7	26,0	26,0
66	24,7	24,1	24,0	24,7	25,5	26,3	26,5	26,5
68	25,4	24,8	24,7	25,3	26,0	27,0	27,0	27,0
70	26,1	25,5	25,3	26,0	26,5	27,6	27,5	27,8
72	26,8	26,3	26,0	26,6	27,0	28,1	28,0	28,6
74	27,5	27,0	26,7	27,2	27,7	28,7	28,5	29,4

Opgave 13 (Lineær model)

Nedenfor en række autentiske data for en person, som har gennemført en kostplan og dyrket styrketræning 2-3 gange om ugen. Fedtmålingerne startede først 3 uger efter planens start og blev derefter målt hver tredje uge.

Tid (dage)	Fedtprocent
21	27,7
42	25,2
63	22,5
84	20,7
105	18,9

- Vis, at fedtprocenten aftager omtrent lineært som funktion af tiden i perioden fra 21. dag til 105. dag. Bestem derefter en forskrift for denne lineære funktion. Giv en sproglig fortolkning af hældningskoefficienten og konstantleddet.
- Desværre fik personen ikke målt sin fedtprocent fra planens start. Hvor høj må den omtrent have været, hvis du antager, at fedtprocenten på det tidspunkt har fulgt den lineære model fra spørgsmål a)?
- Hvornår omtrent må personens fedtprocent have været 20%?

- d) Forklar, hvorfor den lineære model umuligt kan gælde ret lang tid ud i fremtiden og forsøg også at forklare dette biologisk.

Opgave 14 (regning med formler)

En grov model til at vurdere en persons eventuelle overvægt er det såkaldte *Body Mass Index* (BMI), som er defineret ved udtrykket nedenfor.

$$b = \frac{m}{h^2} \quad b : \text{BMI}, m : \text{vægt i kg}, h : \text{højde i m}$$

SI-enheden for BMI er altså kg/m^2 . Den lader vi være underforstået i det følgende. Man taler om følgende vægtklasser i forhold til værdien af BMI:

$< 18,5$	Undervægtig
$18,5\text{--}24,9$	Normalvægtig
$25,0\text{--}29,9$	Overvægtig
$\geq 30,0$	Svær overvægtig

- En kvinde vejer 65 kg og er 1,68 m høj. I hvilken vægtklasse ligger hun?
- En mand er 1,80 m høj og vejer 90 kg. I hvilken vægtklasse ligger han?
- En person er 1,75 m høj. I hvilket interval skal denne persons vægt ligge, for at det kan siges at ligge indenfor normalområdet?
- Angiv et udtryk for højden h som funktion af b (BMI) og vægten m . En mand vejer 83 kg. Brug nu udtrykket til at finde det interval indenfor hvilket hans højde skal ligge, for at hans BMI ligger i normalområdet?
- BMI-indekset fejler undertiden fuldstændigt som en brugbar indikator for overvægt. Det er for eksempel tilfældet med personer, som dyrker hård styrketræning. Overvej hvorfor?

I opgave 20 længere fremme ser vi på en variant af ovenstående formel for BMI.

Opgave 15 (Regning med formler)

Basalstofskiftet – på engelsk BMR for *Basal Metabolic Rate* – er defineret som det daglige energiforbrug hos et menneske efter 12 timers faste i liggende stilling ved stuetemperatur. Man har fundet en empirisk formel for BMR alt efter om der er tale om en mand eller en kvinde:

$$s_k = 42m + 2630h - 20,7a - 676,2$$

$$s_m = 42m + 2630h - 20,7a + 21$$

s_k : Basalstofskiftet for en kvinde i kJ

s_m : Basalstofskiftet for en mand i kJ

m : Vægt i kg

h : Højde i meter

a : Alder i år

For at få det totale stofskifte ganges med en faktor, som afhænger af hvilken grad af fysisk aktivitet man har:

1,40	Stillesiddende arbejde
1,65	Stillesiddende arbejde men med lidt bevægelse
1,85	Stående arbejde
2,20	Hårdt fysisk arbejde

- Bestem en god værdi for stofskiftet for en 28 årig kvinde, som er 1,65 meter høj og vejer 62,8 kg og som har stillesiddende arbejde.
- Bestem en god værdi for stofskiftet for en 45 årig mandlig jord og beton arbejder (hårdt fysisk arbejde), som er 1,83 meter høj og vejer 85 kg.

NB! En sådan formel for basalstofskiftet bør tages med et ganske stort forbehold, idet der kan være ret store individuelle forskelle fra person til person, og som vi har omtalt tidligere, så kan forbrændingen for eksempel reguleres ved, hvordan måltiderne placeres i løbet af dagen samt muskelmassen. Noget, som formlerne ikke tager hensyn til!

Opgave 16 (Elementær regning)

Nedenfor en tabel, som kan bruges til at bestemme hvor stor en energi, der forbrændes ved diverse fysiske aktiviteter. Det bør nævnes, at der kun er tale om den energi, som forbrændes under aktiviteten. Faktisk er der også en øget forbrænding et stykke tid efter aktiviteten. Ved vægttræning opnås, som nævnt i afsnit 3, tillige en vedvarende øget forbrænding, såfremt træningen har resulteret i øget muskelmasse, for det kræver mere energi at vedligeholde/ernære den øgede muskelmasse!

Forbrændt energi i kJ pr. kg kropsvægt pr. minut			
Aerobic, medium	0,431	Tennis	0,456
Aerobic, intens	0,565	Cykling, 9 km/t	0,268
Løb, 8 km/t	0,565	Cykling, 15 km/t	0,419
Løb, 10 km/t	0,808	Volleyball	0,209
Løb, 12,5 km/t	0,879	Vægttræning	0,419
Løb, 17 km/t	1,206	Badminton	0,406
Gang, normal	0,335	Ligge ned og slappe af	0,092
Gang, hurtig	0,586	Stå op og slappe af	0,109
Svømning, bryst	0,678		
Svømning, crawl	0,607		

- Søren, som vejer 75 kg cykler med en fart af 15 km/t i 45 minutter. Hvor megen energi har han forbrændt ved denne fysiske aktivitet?
- Arne, som vejer 86 kg løber i 1 time med farten 12,5 km/t. Hvor stor en energi har han derved forbrændt?

- c) Hvor lang tid skal Mette, som vejer 59 kg, svømme (crawl) for at forbrænde den energi der er i 1 tomat med vægten 85 g? (Se kalorietabellen).

Opgave 17

Tag en tur ned i en dagligvarebutik og nedskriv varedeklarationens oplysninger om Energiindhold og masse af protein, kulhydrat og fedt i 100 g af produktet. Gå derefter hjem og regn på fedtenergiprocenterne, fx. ved brug af et regneark.

Opgave 18 (Elementær regning)

Når man motionerer, kan man som bekendt forbedre sin kondi. Som et mål for i hvor god kondition en person er, indføres det såkaldte *kondital*. Konditallet K er defineret som forholdet mellem personens øjeblikkelige *maksimale oxygenoptagelseshastighed*, V_{O_2} (VO_{2max}), og personens masse m :

$$K = \frac{V_{O_2}}{m}$$

Oxygenoptagelseshastigheden regnes i milliliter pr. minut, dvs. mL/min og massen i kg.

- a) En pige, som vejer 52 kg, har en maksimal iltoptagelseshastighed på 2,3 L/min. Beregn hendes kondital.
- b) En mandlig fodboldspiller vejer 72 kg og har et kondital på 54. Hvor mange liter oxygen kan han maksimalt omsætte i løbet af 4 minutter?

Bemærkning: Den almindelige definition af kondital præsenteret ovenfor er desværre ikke helt retfærdig, når man sammenligner personer med forskellig kropsstørrelse: her har store folk sværere ved at opnå et højt kondital. En mere "retfærdig" definition af kondital ville være formlen $V_{O_2}/m^{0,73}$. Men det er altså den anden, man anvender, måske fordi sidstnævnte er mere besværlig at udregne?

Opgave 19 (Lineær model)

I forrige opgave indførte vi begrebet *kondital*. I denne opgave skal vi beskæftige os med, hvordan tallet bestemmes i praksis. Problemet her er naturligvis at måle den maksimale iltoptagelseshastighed VO_{2max} . Det kan gøres professionelt i et laboratorium, hvor man har udstyr til at måle ilt- og CO_2 -koncentrationer, samt volumen af ud- og indåndingsluften. Typisk foregår målingen ved, at atleten løber på et løbebånd eller træder rundt på en ergometercykel, mens personen har en maske for munden. Ved at måle volumen af ind- og udåndingsluften og indregne iltprocenterne i hver af disse, kan den totale iltoptagelse bestemmes.

Hvis man ikke har professionelt udstyr til rådighed, må man benytte sig af mere indirekte metoder til bestemmelse af VO_{2max} . Her findes flere metoder. Den vi skal betragte

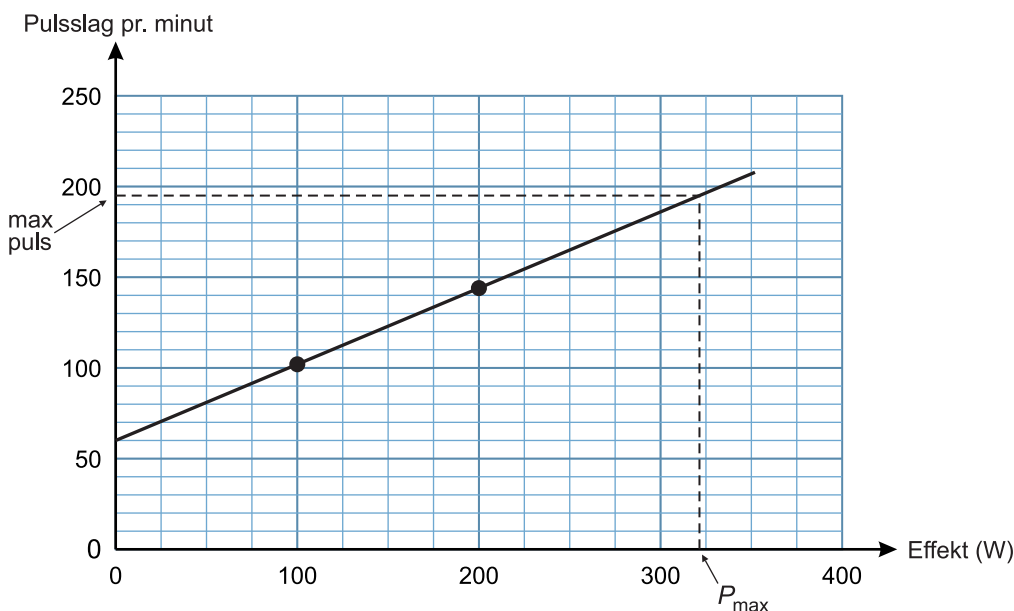
nedenfor kaldes for en *topunktstest* og gør brug af en ergometercykel. Til brug i det følgende: *Puls* betyder antal hjerteslag pr. minut og med *arbejdsbelastning* menes *effekt* P , regnet i Watt (W).

- Personen cykler med en fast arbejdsbelastning, så pulsen kommer op på en værdi i nærheden af 100. Efter 6 minutters cykling antages det, at pulsen har stabiliseret sig i forhold til den valgte arbejdsbelastning. Værdierne for effekt og puls noteres ned og de udgør det første *arbejdspunkt* (effekt, puls).
- Personen gentager punkt 1, bare med en højere arbejdsbelastning, så pulsen når op i nærheden af 150. Det giver det andet arbejdspunkt.

Forsøget er nu ovre og der skal databehandling til. For at kunne udregne en omtrentlig værdi for VO_{2max} , skal vi gøre flere antagelser, som har vist sig rimelige:

1. Der er en lineær sammenhæng mellem pulsen og den effekt, personen yder.
2. Den maksimale puls afhænger kun af personens alder: $puls_{max} = 220 - \text{alder}$.
3. Nyttetvirkningen ved cykling sættes til 23%.
4. Hvilestofskiftet sættes til 1,2 W pr. kg legemsvægt.
5. For at omsætte energien 20 J skal kroppen optage 1,0 mL oxygen.

For at illustrere databehandlingen er det hensigtsmæssigt at tage udgangspunkt i et eksempel: Lad os sige, at en 25 årig person, som vejer 70 kg, ved testen opnår følgende to arbejdspunkter: (100 W, 102 slag/min) og (200 W, 144 slag/min). Man afbilder nu disse to arbejdspunkter i et koordinatsystem med effekten på 1. akse og pulsen på 2. akse. På grund af antagelsen 1, kan vi tegne linjen igennem de to punkter:



Skæringspunktet mellem linjen og den vandrette linje, svarende til den maksimale puls på $220 - \text{alder} = 220 - 25 = 195$ findes. Første koordinaten til skæringspunktet er personens maksimale (arbejds-) effekt P_{max} , her aflæst til 321 W. Vi er dog stadig langt fra at få den ønskede VO_{2max} . Man kan sige, at vi skal regne baglæns for at få den: Vi tager

først højde for, at nyttevirkningen ved cykling ikke er 100% og lægger dernæst hvileeffekten P_{hvile} til for at få den maksimale totaleffekt P_{total} , som personen kan præstere. Endelig giver antagelse 5 os en forbindelse mellem oxygenoptagelseshastighed og effekt: For hver mL oxygen, der optages, kan der omsættes en energi på 20 J. Med en oxygenoptagelse på 1 mL/min omsættes altså $20 \text{ J/min} = \frac{20}{60} \text{ J/sek} = 0,333 \text{ W}$ (Husk, at effekt er energi pr. tid). Nu til detaljerne:

Kompensation for begrænset nyttevirkning

Kroppen skal levere en højere effekt, P_{arbejde} , da kun $\eta = 23\%$ udnyttes ved cykling:

$$\frac{P_{\text{max}}}{P_{\text{arbejde}}} = \eta \Leftrightarrow P_{\text{arbejde}} = \frac{P_{\text{max}}}{\eta} = \frac{321 \text{ W}}{0,23} = 1396 \text{ W}$$

Kompensation for, at kroppen kræver energi selv uden fysisk arbejde

Antagelse 4 giver os hvileeffekten: $P_{\text{hvile}} = 70 \text{ kg} \cdot 1,2 \text{ W/kg} = 84 \text{ W}$. Hermed:

$$P_{\text{total}} = P_{\text{arbejde}} + P_{\text{hvile}} = 1396 \text{ W} + 84 \text{ W} = 1480 \text{ W}$$

Oversættelse fra totaleffekt til den nødvendige oxygenoptagelseshastighed

Som nævnt ovenfor kan der ved en oxygenoptagelseshastighed på 1 mL/min omsættes en effekt på 0,333 W. Vi kan da regne baglæns fra totaleffekt:

$$V_{\text{O}_2} = \frac{1480 \text{ W}}{0,333 \text{ W/(mL/min)}} = 4444 \text{ mL/min}$$

Beregning af kondital

Vi benytter formelen fra opgave 18:

$$K = \frac{V_{\text{O}_2}}{m} = \frac{4444 \text{ mL/min}}{70 \text{ kg}} = 63 \frac{\text{mL}}{\text{kg} \cdot \text{min}}$$

Løs følgende opgaver:

- Hvorfor er nyttevirkningen ved cykling ikke 100%? Hvad mon den kemiske energi omsættes til udover mekanisk energi, tror du?
- Bestem en forskrift for den lineære funktion, som beskriver sammenhængen mellem puls og effekt. Du må gerne kalde effekten for x og pulsen for y .
- Hvad beskriver hældningskoefficienten a og konstantleddet b i den lineære funktion fra spørgsmål b), sagt med ord?
- Beregn P_{max} ved hjælp af forskriften fra spørgsmål b). Passer det med den anførte værdi i teksten ovenfor?
- Betina er 19 år gammel og vejer 59 kg. Hun foretager konditesten på ergometercykel. Ved en effekt på 100 W opnår hun en puls på 143, og ved en effekt på 160 W er hendes puls 188. Bestem hendes kondital ved ovenstående procedure.

- f) (meget svær) I stedet for at gå igennem alle trinene i ovenstående procedure, kan man lave en færdig formel til beregning af konditallet. Lad m betegne personens vægt, A betegne personens alder og (x_1, y_1) og (x_2, y_2) betegne de to arbejds punkter. Lad endvidere η betegne nyttevirkningen. Vis, at konditallet K da kan bestemmes via følgende færdige formel: (ovenfor har vi benyttet $\eta = 0,23$)

$$K = \frac{(220 - A - y_1) \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \right) + x_1}{0,333 \cdot \eta \cdot m} + 3,6$$



Bemærkning 1: Det skal bemærkes, at $P_{\max}$ er den maksimale effekt under *aerobt* arbejde. Mennesket kan dog godt kortvarigt overskride denne effekt, hvis der er tale om *anaerobt* arbejde. Sidstnævnte udnyttes i et 100 meter løb!

Bemærkning 2: Til slut skal det nævnes, at der findes andre metoder til at give en tilnærmet værdi for konditallet. En er den såkaldte *Ryhmings steptest*. Den består i, at personen med en bestemt frekvens – styret af en metronom – træder op og ned af en skammel af en bestemt højde. Jo lavere puls man kan udføre arbejdet med, jo bedre kondition. En værdi for den maksimale oxygenoptagelseshastighed fås ved at aflæse i et såkaldt *nomogram*: her skal pulsen og vægten inddrages. Ikke mere om dette her.

□

Opgave 20 (Modeller)

I opgave 14 kiggede vi på begrebet *Body Mass Index* (BMI). Dette indeks er defineret ved følgende formel:

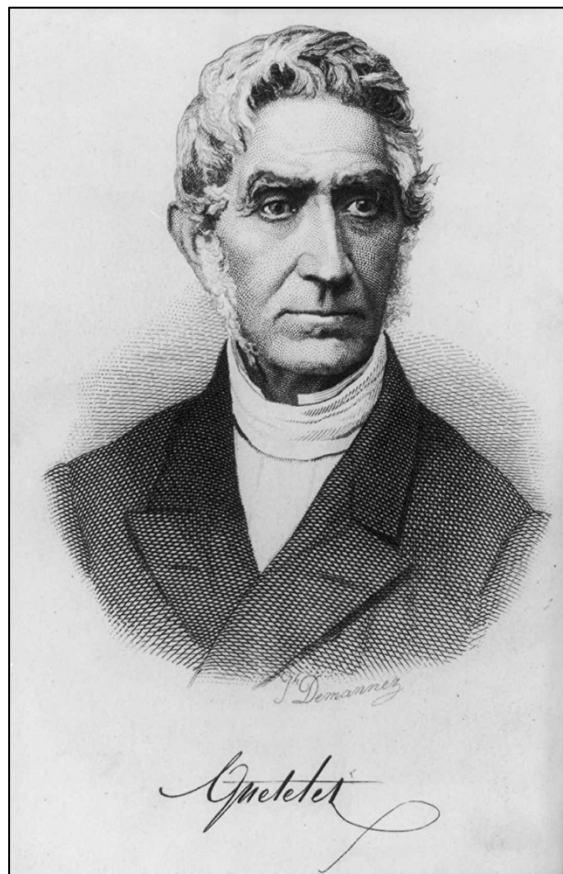
$$b = \frac{m}{h^2}$$

hvor b er BMI-indekset, m er massen i kg og h er personens højde i m. Denne model skyldes den belgiske astronom, matematiker, statistiker og sociolog *Lambert Adolphe Jacques Quetelet* (1796-1874).

I 2013 præsenterede Oxford-matematikeren Nick Trefethen (1955-) en revideret model:

$$b = 1,3 \cdot \frac{m}{h^{2,5}}$$

I et brev til magasinet *Economist* gav han udtryk for, at den oprindelige BMI-formel er fejlbehæftet og kun er en dårlig ledetråd til, om et givet menneske har en sund vægt eller ej. Han skrev:



If all three dimensions of a human being scaled equally as they grew, then a formula of the form weight/height³ would be appropriate. They don't! However, weight/height² is not realistic either. A better approximation to a complex reality, which is the reform I wish could be adopted, would be weight/height^{2.5}. Certainly if you plot typical weights of people against their heights, the result comes out closer to height^{2.5} than height².

Du kan læse mere herom på følgende hjemmeside:

<http://www.medicalnewstoday.com/articles/255712.php>

- Ved hvilken værdi for højden giver de to modeller den samme værdi for BMI?
- Lav for en fast valgt værdi af massen m et plot af de to BMI-værdier i samme koordinatsystem med højden h som den variable. Fortolk de to grafer. Afprøv evt. med forskellige fastholdte masser.
- Foretag en analyse af Trefethens argumenter for den nye formel. Hvad menes med *skaleringer*? Se også nævnte hjemmeside.
- Hvis du har adgang til et CAS-værktøj, som kan plotte i 3D, kan du plotte de to funktioner i to variable og sammenligne dem:

$$b_Q(m, h) = \frac{m}{h^2} \quad \text{og} \quad b_T(m, h) = 1,3 \cdot \frac{m}{h^{2,5}}$$

Kalorietabel

Nedenfor en kalorietabel for udvalgte produkter. Alle værdier er angivet i forhold til 100 gram af produktet.

Produkt	Energi (kJ)	Protein (g)	Kulhydrat (g)	Fedt (g)
Hakket oksekød (max 19%)	1038	18,8	0,0	19,0
Hakket oksekød (max 6%)	569	22,4	0,0	5,0
Wienerpølser	1076	12,6	6,8	19,7
Kylling, lår, kød og skind	661	18,9	0,0	8,9
Kylling, filet (og inderfilet)	419	21,0	0,0	2,0
Laks, filet	695	18,4	0,0	10,0
Tun i vand, konserver	460	25,0	0,0	1,0
Torsk, filet	343	18,9	0,0	0,6
Sild	808	18,2	0,0	13,1
Mayonnaise	3060	1,1	0,1	80,0
Ketchup	511	3,0	21,7	2,4
Remoulade	1683	1,1	15,7	36,8
Letmælk	190	3,4	4,7	1,5
Rugbrød, sønderjydsk, Minimum	879	6,5	42,0	1,5
Franskbrød, hvede	1125	7,0	55,0	2,0
Cornflakes	1649	8,0	85,0	2,0
Syltetøj, jordbær, let	850	0,0	50,0	0,0
Æble, Golden Delicious	180	0,0	11,0	0,0
Smør	3110	1,0	1,0	81,0
Tomat	121	0,9	5,7	0,3
Sukker, rør-	1700	0,0	100,0	0,0
Leverpostej	1158	11,0	5,0	24,0
Ærter, dybfrosne	310	5,0	11,0	1,0
Yoghurt, letmælk, Peach Melba	335	3,7	12,8	1,3
Kransekager (dannevang)	1790	7,0	61,0	17,0
Haribo Matador Mix	1418	4,0	79,0	0,2
Mars bar	1888	3,8	69,0	17,6
Ris, hvid Basmati	1500	7,5	78,0	1,5
Kartofler	355	1,9	18,3	0,3
Havregryn	1620	13,0	66,0	8,0
Pasta, tørret, Firenze	1465	12,0	72,0	1,5
Tomater, flåede, konserver	105	1,0	3,5	0 - 1
Ost, 45+ skæreost fra Danbo	1377	23,6	0,8	25,3
Ost, 30+ skæreost fra Danbo	1097	28,4	1,0	15,7
Ost, 6% skæreost fra Cheasy	712	29,0	0,0	6,0
Pommes frites	645	3,0	24,0	5,0

Websites

www.helsenyt.com

www.iform.dk

www.motion-online.dk

www.altomkost.dk (Fødevaredirektoratet)

www.food.dtu.dk (DTU Fødevareinstituttet)

www.sst.dk (Sundhedsstyrelsen)

Desuden kan du ved at søge på ordet "Den lille Levnedmiddeltabel" finde en fremragende pdf fil med bunker af data.

Litteratur

Anne Larsen. *Kalorietabellen - En vejviser til et sundere liv*. Page One Publishing, Stockholm, 2004.