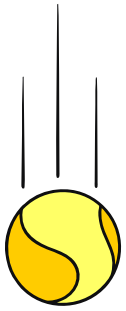
Opgaver i kræfter og Newtons love

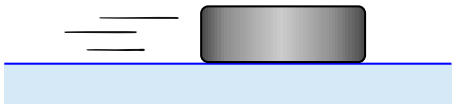
Opgave 1

En tennisbold vejer 58 gram. Beregn tyngdekraften på bolden.

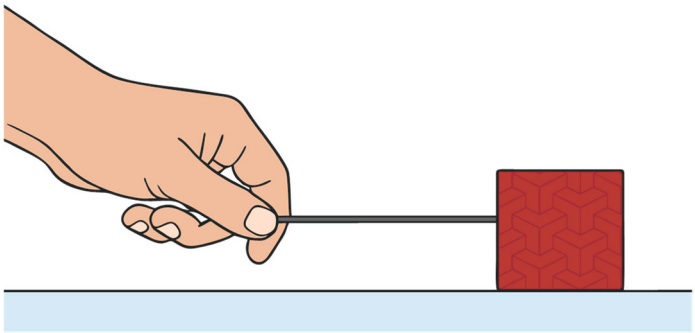


Opgave 2

En puck på Vojens ishockey Arena bevæger sig med 18 m/s på en isbane, som antages 100% glat. Pucken vejer 160 gram.



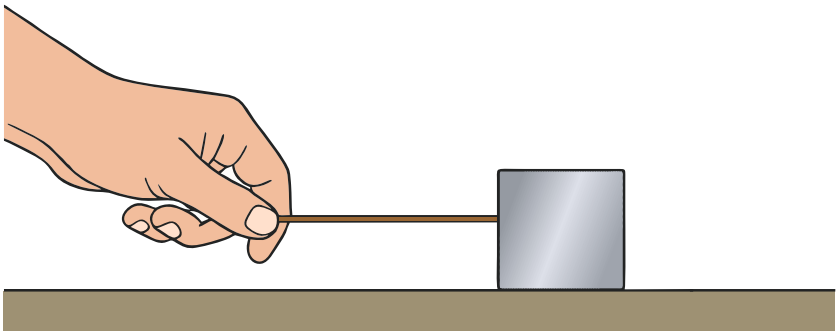
a) Indtegn kræfterne, der virker på pucken.
b) Bestem størrelserne af kræfterne.



Opgave 3

Figuren ovenfor viser en person, som med en kraft på 2,5 N trækker en klods med massen 1,5 kg hen ad en glat vandret overflade.

a) Indtegn kræfterne, der virker på pucken og beregn deres størrelser.
b) Hvor stor er den resulterende kraft?
c) Benyt Newtons 2. lov til at bestemme den acceleration, som klodsen opnår?

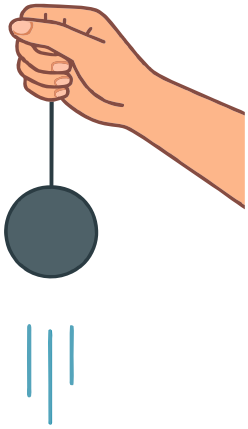


Opgave 4

Figuren ovenfor viser en person, som med en kraft på 3,5 N trækker en klods med massen 0,50 kg hen ad et ru vandret bord. Da bordet er ru, er der en gnidningskraft, som kan bestemmes via den generelle formel $F_{gnid} = \mu \cdot F_n$, hvor F_n er normalkraften og μ er gnidningskoefficienten. Gnidningskoefficienten mellem aluminium og træ kan sættes til 0,30.

a) Beregn størrelserne af tyngdekraften, normalkraften og gnidningskraften.
b) Indtegn de tre kræfter samt trækkraften på figuren, så længderne af kraftpilene nogenlunde svarer til deres størrelser.
c) Bestem den resulterende kraft på klodsen?
d) Benyt Newtons 2. lov til at bestemme klodsens acceleration.

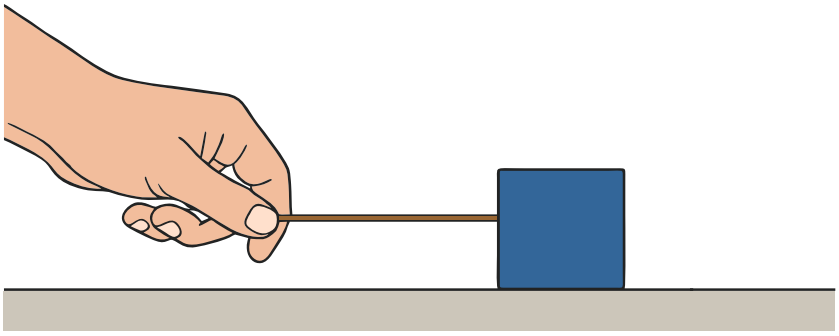
Opgave 5



En jernkugle vejer 2,4 kg. En person trækker kuglen lodret opad i en accelererende bevægelse, hvor accelerationen bliver 0,9 m/s^2.

a) Benyt Newtons 2. lov til at bestemme den resulterende kraft på kuglen.

b) Beregn størrelserne af de kræfter, som virker på kuglen. Indtegn derefter på figuren kraftpile, hvis længder svarer til kræfternes størrelser.



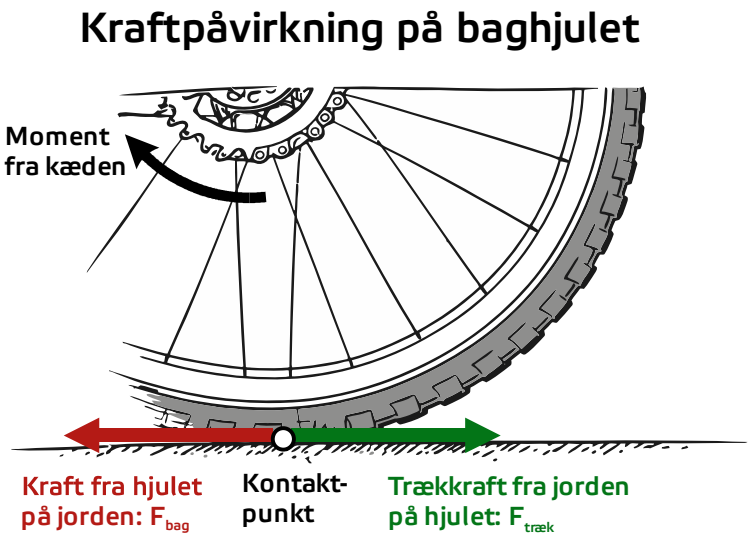
Opgave 6

En klods trækkes hen ad en vandret ru underlag, så klodsen opnår *konstant hastighed*.

a) Argumenter for, at så må gnidningskraften være lig med trækkraften: $F_{gnid} = F_{træk}$.
(*Hjælp*: Brug Newtons 2. lov til at vise, at den resulterende kraft må være 0).

Opgave 7

Når en cyklist bevæger sig fremad, sker det ved at cyklisten får baghjulet til at skubbe bagud på jorden. Ifølge Newtons 3. lov påvirker jorden derfor hjulet med en lige så stor kraft vandret fremad. Det er denne trækkraft fra jorden, der giver cyklen en fremadrettet resulterende kraft og dermed acceleration.



En cyklist og cykel vejer 85 kg tilsammen. Antag, at trækkraften fra jorden på baghjulet er $F_{træk} = 170\ \text{N}$.

a) Bestem den acceleration, som cyklisten opnår.
b) Hvad går galt, hvis vejen er for glat?
c) Hvilken betydning har det, hvis cyklisten skifter gear? (fordele, ulemper)

Opgave 8

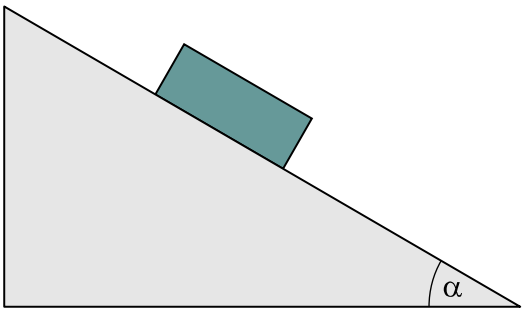
En bil med massen 950 kg accelererer hen ad en vandret vej med 2,6 m/s^2. Motoren leverer en trækkraft på 3000 N.

a) Bestem den resulterende kraft på bilen.

b) Beregn gnidningskraften mellem dækkene og vejen, når bilen ruller uden at hjulene skrider.

Opgave 9

Bevægelse på et skråplan er et klassisk eksempel i mekanik. Man kan vise, at hvis skråplanet danner vinklen α med vandret og gnidningskoefficienten er μ, så bevæger klodsen sig ned af skråplanen med *konstant acceleration* givet ved:



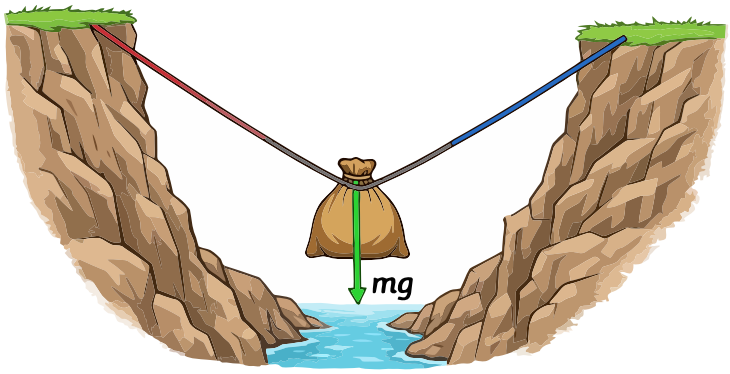
(1) $$a = g \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot g \cdot \cos(\alpha)$$

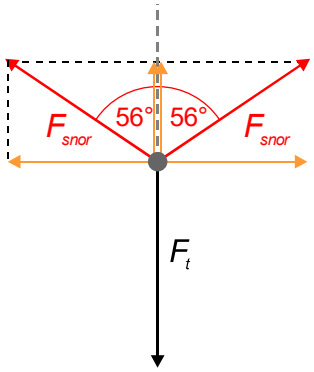
a) Betragt først situationen med et helt glat skråplan. Indtegn de kræfter, der virker.

(*Hjælp*: For at bestemme normalkraftens størrelse, skal du tænke bagvendt: Udnyt, at du ved, at klodsen vil accelerere ned af skråplanet. Derfor må den resulterende kraft gå i retning ned af skråplanet …)

b) Gentag spørgsmålet nu bare med gnidning.

c) Hvor stor bliver accelerationen hvis hældningen af skråplanet er 30° og hvis gnidningskoefficienten er 0,20? Bemærk at svaret er uafhængigt af klodsens masse!





Opgave 10

En sæk med kartofler hænger i tov fra toppen af en kløft som vist på figuren. Tovene danner vinklen 56° i forhold til lodret. Sækken vejer 35 kg.

a) Bestem snorkræfterne i hvert tov.

(*Hjælp*: Opdel hver snorkraft i en vandret komposant og en lodret komposant, som vist med orange kraftpile på skitsen til højre. Udnyt dernæst, at den resulterende kraft på sækken må være 0 – hvorfor?)

Opgave 11 (Terminalhastighed for faldende basketbold)

En basketbold med massen 0,6 kg falder lodret ned fra et fly i 500 meters højde. Bolden får mere og mere fart på dens vej ned gennem atmosfæren. Luftmodstanden kan antages proportional med kvadratet på farten: $F_{luft} = k \cdot v^2$, hvor v er farten og k er en konstant som afhænger af flere ting (formfaktor, overstrøget areal og luftens densitet). For en basketbold er $k = 0,013\,\text{kg/m}$.

a) Argumenter for, hvorfor basketbolden på et tidspunkt må opnå en konstant fart – den såkaldte *terminalhastighed*.
(*Hjælp*: Tænk på kræfterne på bolden: Tyngdekraften er hele tiden den samme, mens luftmodstanden vokser, jo mere fart bolden får på).

En formel for terminalhastigheden kan udledes:

(1) $$F_t = F_{luft} \quad \Leftrightarrow \quad m \cdot g = k \cdot v^2 \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{m \cdot g}{k}}$$

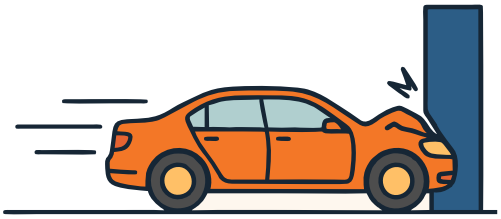
b) Brug formlen i (1) til at bestemme terminalhastigheden for basketbolden.

Antag nu, at man laver en jernbold af samme størrelse som basketbolden. En typisk basketbold har en diameter på 24 cm, altså 0,24 m. Massefylden af jern er 7870 kg/m^3. Volumenet af en kugle kan findes via formlen $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$, hvor r er radius.

c) Bestem massen af jernkuglen via formlen $m = \rho \cdot V$, hvor ρ er massefylden og V er volumen.

d) Bestem endeligt, hvad terminalhastigheden af jernkuglen vil være via formlen (1). Konstanten k er uændret.

Opgave 12 (Kraft ved crash)



Når en bil rammer en væg, så udøver den en kraft på væggen. Newtons 3. lov fortæller, at væggen samtidig udøver en lige så stor kraft på bilen i modsat retning, og det er denne kraft, der deformerer bilen og udsætter passagererne for acceleration. Den kraft, som bilen rammer væggen med, afhænger naturligvis af bilens hastighed og dens masse, men også i høj grad af *hvor hurtigt bilen stoppes op*! Bilen ændrer hastighed fra v til 0 i løbet af et lille tidsrum Δt. Vi kan dermed udregne bilens gennemsnitsacceleration og herefter gennemsnitskraften ved brug af Newtons 2. lov:

(1) $$a_g = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{heraf:} \quad F_g = m \cdot a_g = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

En bil, som vejer 1100 kg, rammer vinkelret ind mod en mur med hastigheden 50 km/t. Opbremsningen sker over et tidsrum på 25 ms (millisekunder!).

a) Bestem den gennemsnitskraft, som væggen påvirker bilen med.

Bilproducenterne producerer i dag biler, så de har *crumplezones*. Det er områder, hvor bilerne kan krølle sammen uden at skade chaufføren, men så nedbremsningstiden øges. Det vil nemlig betyde, at gennemsnitsaccelerationen og dermed gennemsnitskraften nedsættes. Lad os forestille os, at bilens forende ved et sammenstød med muren krøller afstanden Δs sammen. Vi kan finde en sammenhæng mellem sammenkrølningsafstanden Δs og gennemsnitsaccelerationen ved at bruge en af de velkendte formler for bevægelse med konstant acceleration: $v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot s$. Her er starthastigheden v_0, sluthastigheden 0 og strækningen er Δs. Det giver følgende numeriske formel for gennemsnitsaccelerationen og dermed gennemsnitskraften:

(2) $$a_g = \frac{v_0^2}{2 \cdot \Delta s} \quad \text{heraf:} \quad F_g = m \cdot a_g = \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot \Delta s}$$

b) Benyt formel (2) til at bestemme den gennemsnitskraft, som væggen påvirker bilen med, hvis bilens vægt er 1100 kg og den rammer væggen med 50 km/t og bilen krøller 30 cm sammen.

c) Hvilken betydning kan en *airbag* have for en person? (*Hjælp*: Tænk på Δt i (1)).

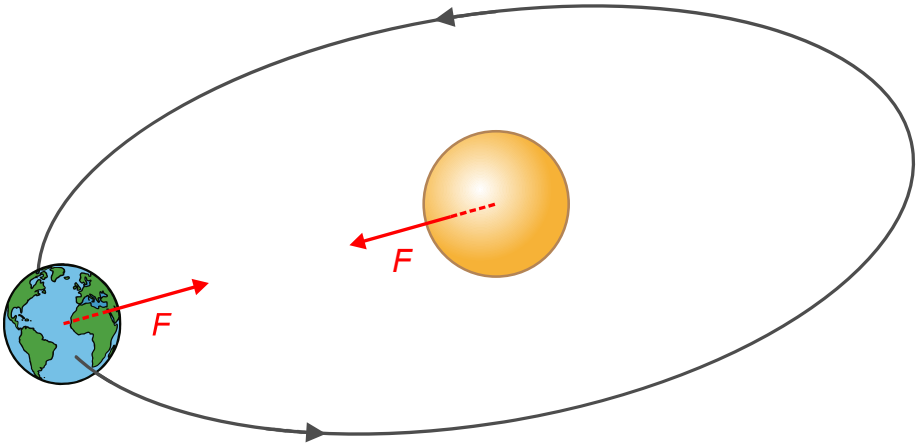
Bemærkninger

Sammenhængen mellem bremsetiden Δt og bremsestrækningen Δs fås ved at sammenligne formlerne (1) og (2): $\Delta t = 2 \cdot \Delta s / v_0^2$, hvor v_0 er hastigheden lige inden stødet.

Vi har i denne opgave regnet med gennemsnitsværdier, men kraften kan selvfølgelig defineres som en øjeblikskraft. Det gøres via en differentialkvotient:

(3) $$F = \frac{dp}{dt} = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

hvor p er impulsen defineret ved $p = m \cdot v$. Formlen (3) er mest generel og gælder også, hvis kraften varierer med tiden.



Opgave 13 (Gravitationskræfter)

Når Jorden bevæger sig rundt om Solen i løbet af et år, så skyldes det at Solen trækker i Jorden med en kraft, som kan bestemmes af *gravitationsloven*. Den siger, at to legemer med masserne henholdsvis m_1 og m_2 og med indbyrdes afstand r påvirker hinanden med en kraft givet ved:

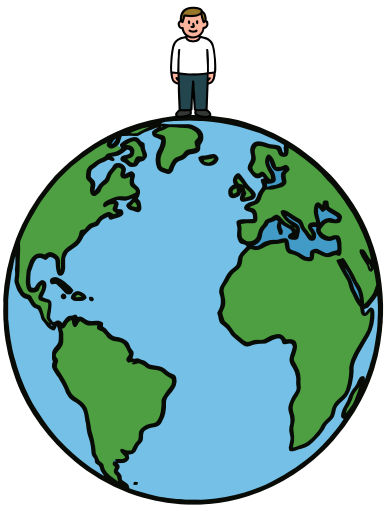
(1) $$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Her er $G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$ den såkaldte *gravitationskonstant*. Uden denne centralkraft, som virker mellem legemernes massemidtpunkter, ville Jorden blot fortsætte lige ud i en retlinet bevægelse med konstant fart.

a) Bestem størrelsen af den kraft, som virker mellem Jorden og Solen.

Det oplyses, at afstanden fra Solen til Jorden i gennemsnit er: $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m. Derudover har vi masserne: $m_{\text{Jord}} = 5{,}976 \cdot 10^{24}$ kg, $m_{\text{Sol}} = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg.

Faktisk kan den velkendte tyngdeacceleration på $g = 9{,}82\ \text{m/s}^2$ udledes ud fra Newtons 2. lov og gravitationsloven. Man kan forestille sig en person, som står på Jordens overflade. Personens masse kaldes m. Personens afstand til Jordens centrum kan vi sætte lig med Jordens middelradius, som er: $r_{\text{Jord}} = 6{,}371 \cdot 10^6$ m.



b) Indsæt $m_1 = m$, $m_2 = m_{\text{Jord}}$ og $r = r_{\text{Jord}}$ i gravitationsloven med de aktuelle værdier for Jordens masse og middelradius. Ifølge Newtons 2. lov fås accelerationen da ved at dividere gravitationskraften F med m. Hvilken værdi for tyngdeaccelerationen på Jordens overflade får du?