Tillæg om serie- og parallelkoblinger

I dette tillæg udleder vi formlerne for erstatningsmodstanden i serie- og parallelkoblinger. Vi tager udgangspunkt i definitionerne af elektrisk strømstyrke og elektrisk spænding.

Strømstyrke

Antag, at en elektrisk ladning Q passerer et vilkårligt valgt sted på en ledning i løbet af tidsrummet t. Da er strømstyrken I i kredsløbet defineret ved:

(1) $$I = \frac{Q}{t}$$

Kort sagt: ”Strømstyrke er ladning pr. tid”. SI-enhed: Ampere (A): 1 A = 1 C/s.

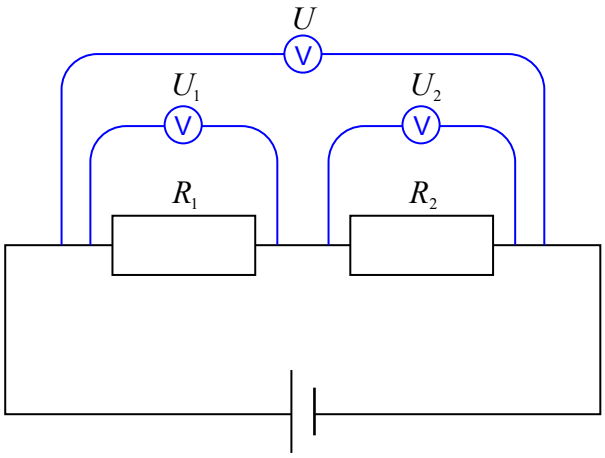
Spænding

Antag, at ladningen Q passerer gennem en komponent og derved afsætter den elektriske energi E_{el} i komponenten. Spændingen over komponenten defineres ved:

(2) $$U = \frac{E_{el}}{Q}$$

Kort sagt: ”Spænding er energi pr. ladning”. SI-enhed: Volt (V): 1 V = 1 J/C.

En komponent kan for eksempel være en ohmsk modstand eller en glødepære, men også en hårtørrer eller en elektrisk motor – kort sagt en enhed, der omsætter elektrisk energi til andre energiformer (varme, lys, mekanisk energi). Udtrykket “forbruger strøm” bruges ofte i daglig tale, men er misvisende: strømmen (ladningerne) forsvinder ikke. Det, der “forbruges”, er elektrisk energi; ladningerne afgiver energi, når de passerer gennem komponenten.



Vi har brug for en vigtig sammenhæng for modstande i en serieforbindelse: Den samlede spænding over hele serieforbindelsen er lig med summen af spændingerne over hver enkelt modstand. For to modstande gælder derfor:

(3) $$U = U_1 + U_2$$

Lad os argumentere for (3). Betragt seriekoblingen som én samlet komponent. De afsatte energier kan lægges sammen, så

$$E_{el,total} = E_{el,1} + E_{el,2}$$

Divider nu med den samme ladning Q, som passerer gennem begge modstande (i en serieforbindelse er strømmen den samme!):

$$\frac{E_{el,total}}{Q} = \frac{E_{el,1}}{Q} + \frac{E_{el,2}}{Q}$$

Ifølge definitionen af spænding er venstresiden U, og højresidens led er henholdsvis U_1 og U_2. Dermed fås:

$$U = U_1 + U_2$$

som viser påstanden (3). Bemærk: Argumentet generaliserer straks til flere seriemodstande ved at summere over alle energibidrag.

Erstatningsmodstanden for hele seriekoblingen må ifølge Ohms lov opfylde:

$$R_{\text{erstat}} = \frac{U}{I}$$

Indsætter vi sammenhængen (3), får vi:

$$R_{\text{erstat}} = \frac{U_1 + U_2}{I}$$

Dette kan skrives som

$$R_{\text{erstat}} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I}$$

Ved at bruge Ohms lov på hver af de to modstande, altså $R_1 = U_1/I$ og $R_2 = U_2/I$ får vi endelig:

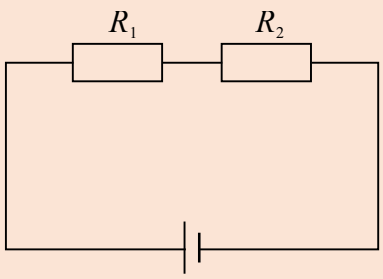
$$R_{\text{erstat}} = R_1 + R_2$$

Vi har dermed argumenteret for følgende:

Seriekobling

Erstatningsmodstanden R_{erstat} i en seriekobling med to eller flere modstande fås ved at addere resistanserne. For tilfældet med to modstande, som vist på figuren, gælder derfor:

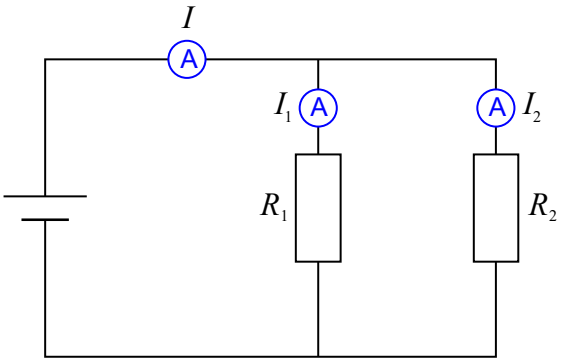
$$R_{\text{erstat}} = R_1 + R_2$$



I en parallelkobling lægger man ikke spændinger sammen, men derimod strømstyrker. Strømstyrken I i hovedkredsløbet er lig med summen af strømstyrkerne I_1 og I_2 i de to forgreninger:

(4) $$I = I_1 + I_2$$

Dette er en konsekvens af Kirchhoffs strømlov, som bygger på ladningsbevarelse: Ladninger kan ikke forsvinde eller opstå af sig selv.



Betragter vi parallelkoblingen som én samlet komponent, er spændingen over den den samme som spændingen over hver af modstandene, nemlig U. Ved hjælp af Ohms lov kan vi skrive strømstyrken gennem henholdsvis hele parallelkoblingen og de to modstande som

$$I = \frac{U}{R_{\text{erstat}}}, \quad I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}$$

Indsætter vi dette i (4), får vi:

$$\frac{U}{R_{\text{erstat}}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

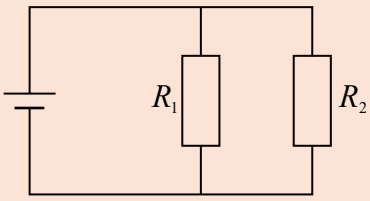
Dividerer vi med U på begge sider, står vi tilbage med:

$$\frac{1}{R_{\text{erstat}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Vi har dermed argumenteret for følgende:

Parallelkobling

Den reciprokke værdi af erstatningsmodstanden R_{erstat} i en parallelkobling er lig med summen af de reciprokke værdier af resistanserne i de enkelte forgreninger i parallelkoblingen. For tilfældet med to grene, kan det udtrykkes ved:



$$\frac{1}{R_{\text{erstat}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Pointer

- I en serieforbindelse er strømstyrken den samme gennem alle modstande, mens spændingerne over de enkelte modstande lægges sammen.
- I en parallelforbindelse er spændingen den samme over alle modstande, mens strømstyrkerne i de enkelte forgreninger lægges sammen.