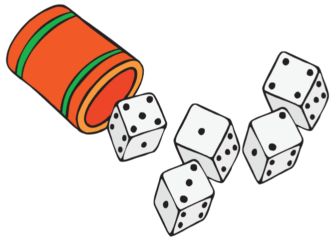
Henfaldsloven

Et argument via terningemodellen



I dette tillæg skal vi se et argument for henfaldsloven, som er mindre teknisk end den udledning, som er præsenteret i afsnit 8 i noten *Kernefysik*. Det er vigtigt at forstå, at radioaktive henfald har noget med *sandsynligheder* at gøre. Man kan ikke forudsige, hvornår en given kerne henfalder. Derimod kan man tildele en radioaktiv kerne en vis *sandsynlighed* for, at den henfalder i et givet tidsrum. Denne sandsynlighed afhænger ikke af tidspunktet, men kun af tidsrummets størrelse. Man kunne tro, at det vil betyde, at man ikke kan sige noget som helst om radioaktive henfald – at det hele er tilfældigt. Da der imidlertid under normale omstændigheder er et meget stort antal radioaktive kerner tilstede i ens radioaktive kilde, så vil tilfældighederne så at sige udjævne sig på grund af *De store tals lov*. Man kan sammenligne situationen med terningekast. Hvis antallet af terninger er lille, fx. 6, så vil det ikke være usandsynligt, at man får uregelmæssigt mange seksere, fx 3 seksere. Hvis antallet af terninger er stort, fx 6000, så vil antallet af 1'ere, 2'ere, ..., 6'ere med meget stor sandsynlighed være tæt på 1000.

Lad os blive i analogien med terninger for at give et argument for henfaldsloven. Lad hver terning svarer til en radioaktiv kerne. Man slår med alle terninger hvert sekund. De terninger, der viser 6 øjne vil vi lade svare til henfaldne kerner. De fjernes fra spillet. Lad os betegne antallet af kerner, som endnu *ikke* er henfaldet efter t sekunder, med $N(t)$. Det svarer til de terninger, som endnu ikke har vist 6 øjne. $N(0)$ er altså antallet af terninger fra start. Efter 1 sekund, dvs. efter første kast, vil der forventeligt være 1/6 af terningerne, som har vist 6 øjne, mens 5/6 af terningerne har vist noget andet. Det svarer til, at der efter 1 sekund forventeligt er $\frac{5}{6}\cdot N(0)$ ikke henfaldne kerner, dvs. $N(1)=\frac{5}{6}N(0)$. Vi slår nu med de tilbageværende $N(1)$ terninger. Her vil forventeligt 1/6 vise 6 øjne, mens 5/6 vil vise noget andet. Det svarer til, at der efter 2 sekunder forventeligt vil være $N(2)=\frac{5}{6}N(1)$ ikke henfaldne kerner. Vi gentager processen og efter 3 sekunder vil der forventeligt være $N(3)=\frac{5}{6}N(2)$ ikke henfaldne kerner, osv. Forventeligt har vi:

$$
\begin{aligned}
&N(0)\\
&N(1) = \tfrac{5}{6}N(0)\\
&N(2) = \tfrac{5}{6}N(1) = \tfrac{5}{6}\cdot\tfrac{5}{6}N(0) = \left(\tfrac{5}{6}\right)^2\cdot N(0)\\
&N(3) = \tfrac{5}{6}N(2) = \tfrac{5}{6}\cdot\left(\left(\tfrac{5}{6}\right)^2\cdot N(0)\right) = \left(\tfrac{5}{6}\right)^3\cdot N(0)\\
&\ldots\ldots\ldots\\
&N(t) = \left(\tfrac{5}{6}\right)^t\cdot N(0)
\end{aligned}
$$

Efter hvert sekund (kast) fremskrives (ganges) antal ikke henfaldne kerner altså med 5/6. Vi har altså at gøre med en *aftagende eksponentiel udvikling*. Det er netop hvad henfaldsloven siger: at antallet af ikke henfaldne kerner aftager eksponentielt. I matematik vil man sige, at man har en funktion $f(x) = b \cdot a^x$, hvor x svarer til t, $f(x)$ svarer til $N(t)$, b til $N(0)$ og a til 5/6. I fysik foretrækker man af forskellige grunde ofte at skrive den eksponentielle udvikling på en af følgende former:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-kt} \quad \text{eller} \quad N(t) = N_0 \cdot \left(\tfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}}$$

hvor k er den såkaldte *henfaldskonstant* og $T_{1/2}$ er halveringstiden. Man kan udlede følgende formel for halveringstiden:

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k}$$