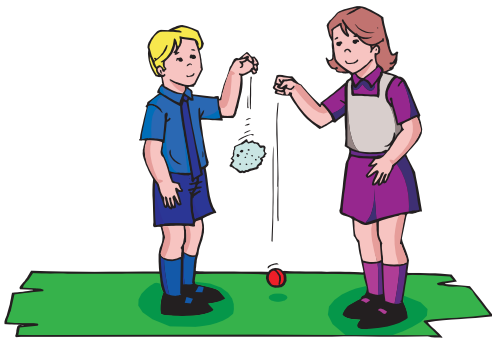


Mekanik



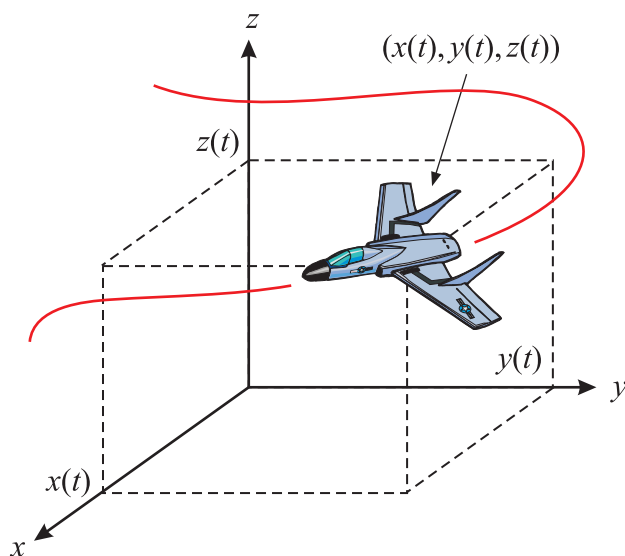
Indholdsfortegnelse

1. Bevægelse.....	3
2. Det frie fald	6
3. Kræfter	8
4. Newtons love.....	9
5. Gnidningskræfter.....	12
6. Arbejde	13
7. Mekanisk energi	19
 Opgaver	 25

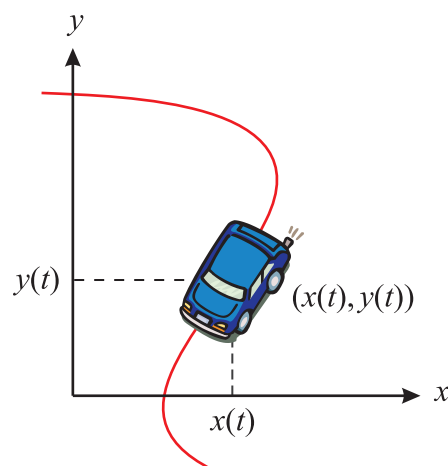
1. Bevægelse

En vigtig del af mekanikken er at kunne beskrive en bevægelse. Er der tale om et *fly*, som kan bevæge sig i 3 *dimensioner*, er der brug for et koordinatsæt bestående af tre koordinater: $(x(t), y(t), z(t))$. Hver koordinat er en *funktion* af t , svarende til at flyet, eller snarere dets tyngdepunkt, befinder sig forskellige steder til forskellige tidspunkter. Udover de tre koordinater kunne man også overveje at have nogle yderligere funktioner, som fortalte om hvordan flyets stilling er i forhold til tyngdepunktet. Vi vil dog ikke komme nærmere ind på dette her. På figur 2 har vi en bil, som bevæger sig rundt i et *plan*, altså bevæger sig i 2 dimensioner. For at beskrive bilens tyngdepunkts position, kræves et koordinatsæt bestående af 2 koordinater: $(x(t), y(t))$. Når vi arbejder med en bevægelse, hvori der er flere koordinater, som hver er en funktion af tiden t , så siger vi, at vi har at gøre med en *vektorfunktion*. Du vil lære mere herom senere i gymnasiet. I denne note skal vi imidlertid kun beskæftige os med bevægelse i 1 dimension, som vist på figur 3. En bil bevæger sig ud af en lige vej, og der skal bare én funktion til at beskrive bilens position: $x(t)$. Ofte vil vi dog også betegne denne funktion med $s(t)$, *stedsfunktionen*.

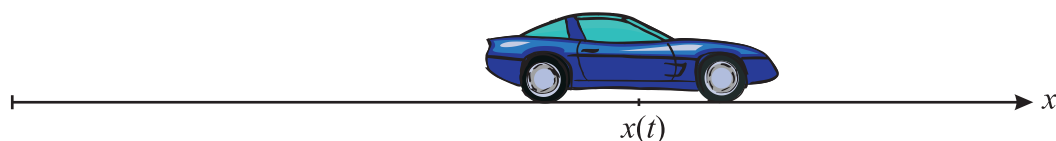
Figur 1



Figur 2



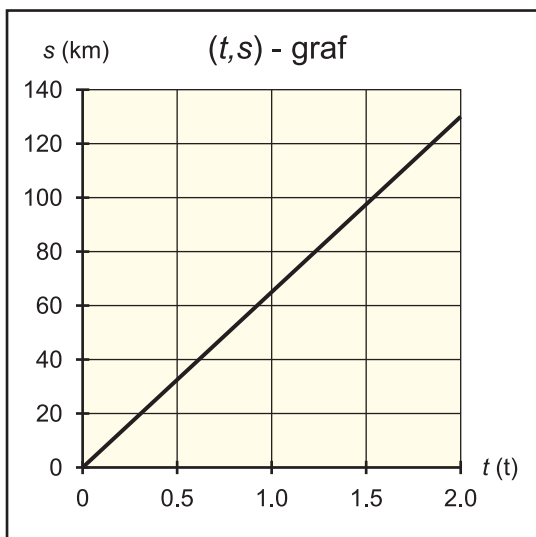
Figur 3



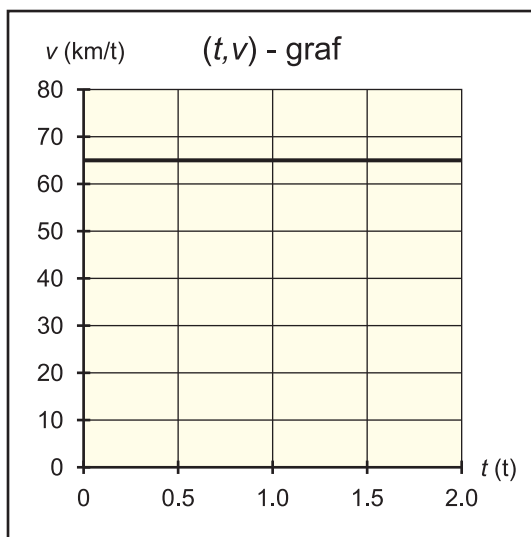
Bemærk, at vi også kun har at gøre med en bevægelse i 1 dimension, hvis den bane, bilen bevæger sig ad, er en krum fastlagt kurve, som for eksempel en vej, og vi kun interesserer os for hvor langt ud af denne kurve bilen er kommet til et givet tidspunkt og hvilken fart bilen har i denne bevægelse. Man kan forestille sig, at vi har lagt et målebånd ud langs med den krumme vej ...

Lad os et øjeblik antage, at vi kører en tur fra Haderslev til Aarhus i bil, så bilen kører med en *jævn*, dvs. *konstant*, hastighed, og at turen på 130 km bliver tilbagelagt på 2 timer. Så kan vi tegne en *sted-graf* eller (t,s) -graf, som fortæller hvor langt bilen er nået til et givet tidspunkt. Det er klart, at grafen må blive en ret linje igennem $(0,0)$. Ydermere er det klart, at *hastigheds-grafen* eller (t,v) -graf, som angiver bilens *speedometer-visning* til ethvert tidspunkt t , må være en vandret linje, svarende til at bilen til ethvert tidspunkt har farten 65 km/t. Sidstnævnte fås da bilen tilbagelægger $\Delta s = 130$ km på $\Delta t = 2$ timer, dvs. farten er $\Delta s / \Delta t = 130 \text{ km} / 2 \text{ timer} = 65 \text{ km/t}$.

Figur 4



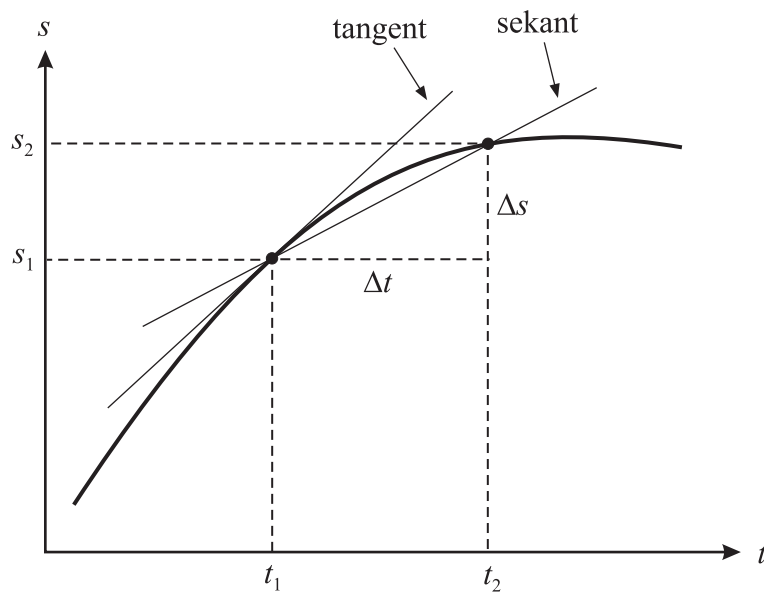
Figur 5



Langt de fleste bevægelser er imidlertid *ikke* med konstant hastighed. Normalt vil man til tider gasse op eller ned, dvs. ændre hastighed. *Acceleration* er *hastighedsændring pr. tid*. På turen til Aarhus var accelerationen til ethvert tidspunkt lig med 0. Lad os nu betragte en generel bevægelse, som på figur 6 nedenfor. Man kan finde *gennemsnits-hastigheden* v_g i et tidsrum fra t_1 til t_2 ved at dividere den tilbagelagte strækning $\Delta s = s_2 - s_1$ med tidsrummets størrelse $\Delta t = t_2 - t_1$:

$$(1) \quad v_g = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Figur 6



Det ses, at det svarer til at finde *hældningen* af *sekanten* igennem punkterne (t_1, s_1) og (t_2, s_2) på sted-grafen. Man kan også tale om en hastighed til et bestemt tidspunkt, den såkaldte *øjeblikshastighed*. For at fastlægge den er det nødvendigt at kende bevægelsen i et lille tidsrum omkring tidspunktet. Hvis man på figur 6 ovenfor lader tidspunktet t_2 nærme sig til tidspunktet t_1 , så vil gennemsnitshastigheden i tidsrummet $\Delta t = t_2 - t_1$ som regel nærme sig til et bestemt tal og dette tal vil vi kalde hastigheden til tidspunktet t_1 , dvs. $v(t_1)$. At ”nærme sig til” vil vi indikere med en pil ($\rightarrow$):

$$(2) \quad v_g = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \rightarrow v(t_1) \text{ for } t_2 \rightarrow t_1$$

Dette er ikke så mærkeligt, for når tidsrummet gøres meget lille, så kan bilen stort set ikke nå at ændre hastighed indenfor tidsrummet og øjeblikshastigheden vil så stort set være lig med gennemsnitshastigheden i tidsrummet. Da gennemsnitshastighederne er lig med hældningskoefficienterne af sekanterne, og da sekanterne nærmer sig til *tangenten* i punktet (t_1, s_1) , så er øjeblikshastigheden $v(t_1)$ til tidspunktet t_1 lig med *hældningen af tangenten* i punktet (t_1, s_1) . Du vil høre meget mere herom i 2g, når *differentialregning* er gennemgået i matematik.

En tilnærmet værdi for en bils øjeblikshastighed kan altså findes ved at bestemme bilens gennemsnitshastighed i et lille tidsrum omkring det betragtede tidspunkt. Dette faktum bruges undertiden til at kontrollere om biler overholder hastighedsbegrænsningerne i byerne: På en vej udlægger man to kabler med en lille afstand Δs imellem, og noget udstyr måler, hvor lang tid Δt bilens forhjul er om at komme fra det første kabel til det andet! En god værdi for øjeblikshastigheden er da $\Delta s / \Delta t$. I dag benytter man også andre metoder til hastighedsbestemmelse, fx laserstråler. Du vil høre mere herom i 2g.

2. Det frie fald

I dette afsnit skal vi se på en bevægelse, hvor hastigheden *ikke* er konstant, nemlig hvor en genstand falder i *tyngdefeltet*. Betragt figur 7 på næste side: En bold slippes og for hvert 0,05 sekund er boldens position afbildet. Vi ser, at bolden når længere og længere for hvert 0,05 sekund: Bevægelsen er altså *accelereret*. Hvis vi anbringer en målestok pegende nedad, kan man vise at stedfunktionen for denne 1-dimensionale bevægelse er:

$$(3) \quad s(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \text{eller bare} \quad s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

hvor $g = 9,82 \text{ m/s}^2$ er *tyngdeaccelerationen*. Stedfunktionen er altså et *andengrads-polynomium* i den variable t , hvorfor dens graf, som også er afbildet på figur 7, er en del af en *parabel*. Man kan vise, at *hastighedsfunktionen*, som angiver øjeblikshastigheden til ethvert tidspunkt i bevægelse, er givet ved:

$$(4) \quad v(t) = g \cdot t \quad \text{eller bare} \quad v = g \cdot t$$

Hvis man isolerer t i formel (4) fås: $t = v/g$, og hvis dette resultat indsættes i (3) fås: $s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (v/g)^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot v^2 / g^2 = \frac{1}{2} \cdot v^2 / g$ og heraf følgende formel, hvori t er elimineret:

$$(5) \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot s$$

Formlerne (3), (4) og (5) kræver, at begyndelseshastigheden er 0. Desuden er det en forudsætning, at bevægelsen foregår i *vakuum*. Ellers vil der være luftmodstand, hvis størrelse blandt andet er afhængig af genstandens overflade og dens hastighed. Ved store hastigheder øges luftmodstanden dramatisk. En person, som springer ud fra et fly uden faldskærmen trukket vil ved frit fald således ikke kunne opnå en højere hastighed end ca. 250 km/t. I vakuum vil en fjer og en metalkugle falde lige hurtigt!

Eksempel 1

En person dropper en sten fra toppen af Eiffeltårnet, som er 300 meter højt. Bestem stenens hastighed ved bunden, samt den tid det tager før stenen rammer jorden. Vi vil se bort fra luftmodstand. Løsning: Formel (5) kan bruges til at bestemme hastigheden ved bunden:

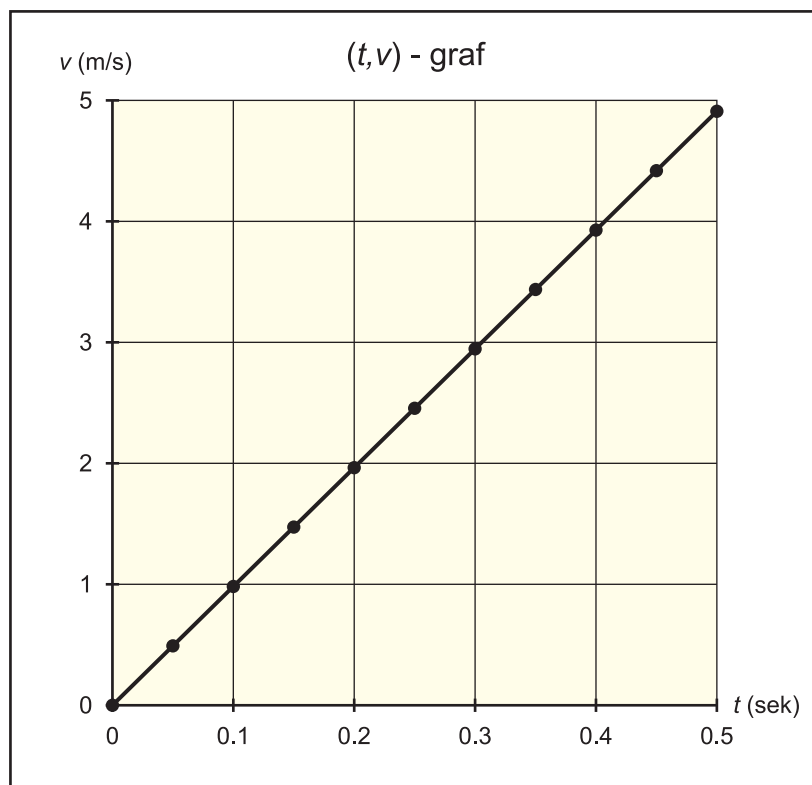
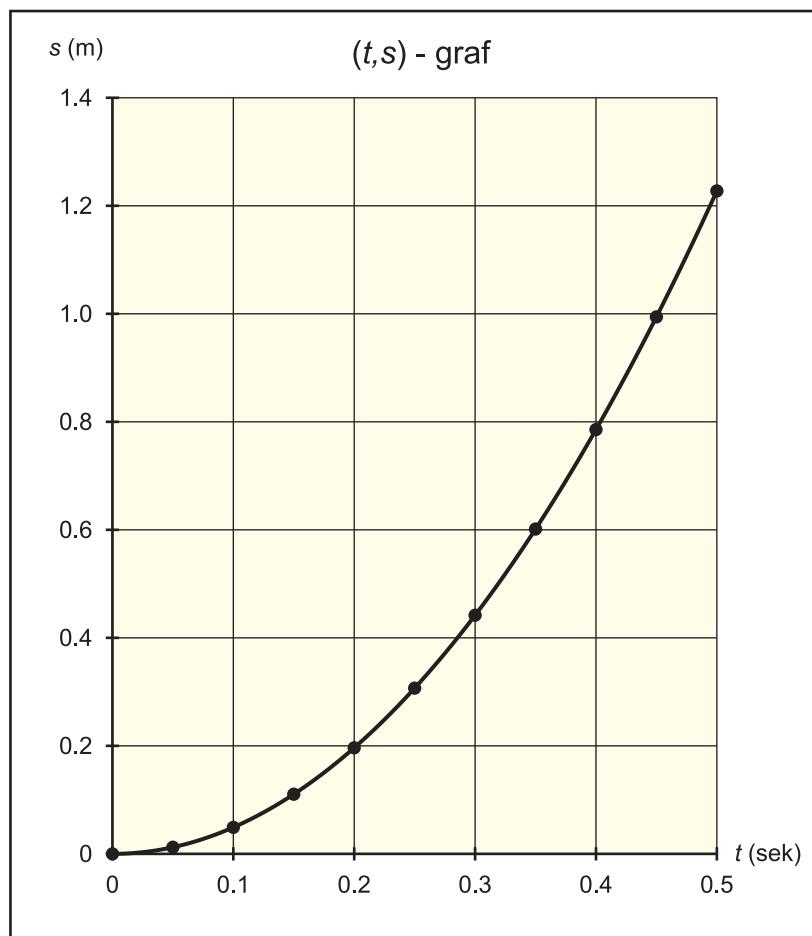
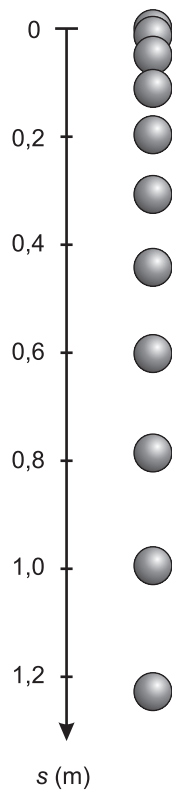
$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 300 \text{ m}} = 76,8 \text{ m/s}$$

Man kan nu bruge både (3) og (4) til at bestemme tiden. Vi vil bruge sidstnævnte, da den ikke kræver, at man i forvejen har udregnet hastigheden. Vi isolerer tiden t i formel (3):

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 300 \text{ m}}{9,82 \text{ m/s}^2}} = 7,8 \text{ sek}$$



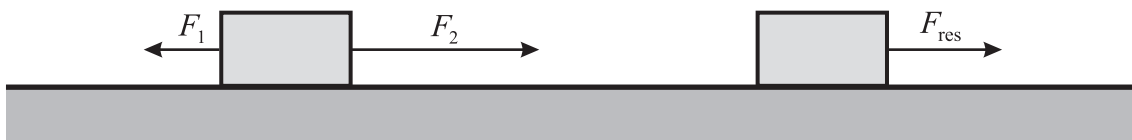
Figur 7



3. Kræfter

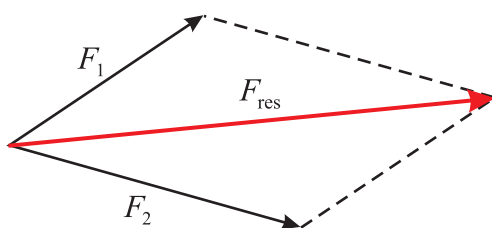
En bevægelse kan sættes i gang af en *kraft*. Som vi senere skal se, kan en bevægelse godt holdes i gang, uden at genstanden påvirkes af en kraft undervejs. Vi vil angive en kraft med en pil, hvor pilens ”bagende” angiver kraftens angrebspunkt. Pilens længde skal tegnes proportional med kraftens størrelse. SI-enheden for kraft er Newton (N). Hvis der virker flere kræfter på en genstand kan man undertiden erstatte disse med én kraft, som vi vil kalde den *resulterende kraft* og betegne med F_{res} . Betragt klodsen til venstre på figur 8. Der trækkes i klodsen i to modsat rettede retninger. Det viser sig, at man kan erstatte de to kræfter af én, den resulterende kraft F_{res} , som her får en størrelse, som er differensen af størrelserne af de to oprindelige kræfter: $F_{\text{res}} = F_2 - F_1$, vist til højre på figur 8.

Figur 8

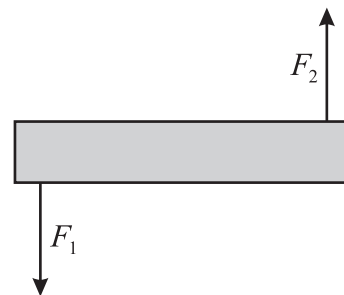


Hvis de to kræfter derimod havde vendt samme vej ville størrelsen af den resulterende kraft have været summen af størrelserne af de to kræfter. Men hvad nu hvis kræfterne danner en vilkårlig vinkel i forhold til hinanden? Her viser det sig, at man kan bruge *kræfternes parallelogram* til at finde retning og størrelse af den resulterende kraft. Man tegner det parallelogram, som de to kraftpile udspænder. Da er diagonalen kraftpilen svarende til den resulterende kraft.

Figur 9



Figur 10



Angrebspunktet for kræfterne er ikke ligegyldig. På figur 10 ser vi to lige store og modsat rettede kræfter, som påvirker en klod. Havde kræfterne virker i samme punkt eller lige ud for hinanden, så ville den resulterende kraft have været lig med 0. Her vil kræfterne derimod starte en roterende bevægelse!

4. Newtons love



For rigtigt at få gavn af begrebet kraft må der knyttes en forbindelse mellem bevægelser og de kræfter, som forårsager dem. Denne forbindelse blev opstillet af den engelske fysiker *Isaac Newton* (1642–1727) og sammenfattet i tre fundamentale naturlove, hvis gyldighed ikke kan bevises eller udledes udfra andre principper, men er baseret på eksperimentelle studier af objekter, som bevæger sig. De tre love blev fremsat i 1686 i Newtons hovedværk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Newton har en gang udtalt de berømte ord:

”Hvis jeg har været i stand til at se lidt længere end andre mænd skyldes det, at jeg har stået på skuldrene af giganter”. Her hentydede Newton til videnskabsmænd som *Copernicus*, *Tycho Brahe*, *Johannes Kepler* og specielt *Galileo Galilei*. Newton vil for altid stå som en af de største fysikere såvel som matematikere igennem tiderne.

Newtons 1. lov (Inertiens lov)

Et legeme, som ikke er påvirket af kræfter, vil enten foretage en jævn retlinet bevægelse eller forblive i hvile.

Newtons 2. lov (Kraftloven)

Et legeme med massen m , der er påvirket af den *resulterende* kraft F_{res} vil få en acceleration, som opfylder $F_{\text{res}} = m \cdot a$.

Newtons 3. lov (Loven om aktion og reaktion)

Et legeme, som påvirker et andet legeme med en vis kraft F_1 , vil selv være påvirket af det andet legeme med en lige så stor og modsat rettet kraft F_2 .

Bemærkning 2

I øvrigt kan den Newtons 1. lov udledes af den 2. lov, som følgende argument viser: Hvis legemet ikke er påvirket af nogen kraft vil $F_{\text{res}} = 0$, så $a = F_{\text{res}}/m = 0/m = 0$. At accelerationen er 0 betyder at hastigheden er konstant med samme retning, hvilket giver Newtons 1. lov.

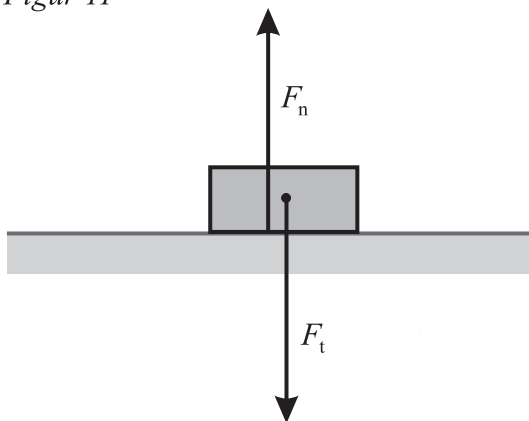
Bemærkning 3

Ifølge *Aristoteles* (384 f.Kr.–322 f.Kr.) skulle et legeme være påvirket af en kraft for at kunne bevare sin hastighed. Dette er imidlertid *ikke* rigtigt. Måske skyldes misforståelsen, at der jo normalt altid er en gnidningskraft til stede, hvilket vil betyde at legemet vil bremses op og standse, hvis det ikke holdes i gang af en ydre kraft. Allerede Galilei sluttede rigtigt ved at påstå, at et legeme fortsætter sin bevægelse uforandret, hvis det ikke påvirkes af en kraft. Dette blev så senere præciseret i Newtons 1. lov.

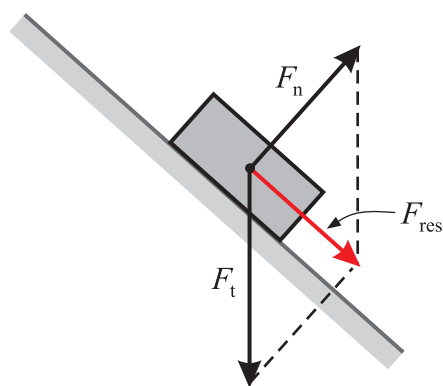
Eksempel 4

På figur 11 nedenfor ses en klods, som ligger på et vandret underlag. Klodsen er påvirket af en *tyngdekraft* af størrelsen $F_t = m \cdot g$, som virker ned på underlaget. Underlaget virker tilbage med en lige så stor og modsat rettet kraft, kaldet *normalkraften* fordi den virker vinkelret på fladen. Dette er et eksempel på aktion og reaktion, dvs. newtons 3. lov. Alternativt kan man også bruge newtons 2. lov: Hvis tyngdekraften og normalkraften *ikke* var lige store og modsat rettede ville der have været en resulterende kraft i lodret retning. Ifølge newtons 2. lov ville det have givet en acceleration i lodret retning. Da dette ikke forekommer, slutter vi, at tyngdekraften og normalkraften må være lige store og modsat rettede!

Figur 11



Figur 12



Eksempel 5

På figur 12 ser vi en klods på et skråplan. Igen er klodsen påvirket af en tyngdekraft af størrelsen $F_t = m \cdot g$, så klodsen påvirker igen underlaget med en kraft, dog af en mindre størrelse end i tilfældet før. Man kan regne sig frem til normalkraftens størrelse på følgende måde: Bagklogt kan man konkludere, at den resulterende kraft, dvs. den kraft, som erstatter F_t og F_n , og som er indtegnet på figuren, må virke parallelt med skråplanet, eftersom vi ved, at klodsen vil accelerere i denne retning. Der er faktisk kun én størrelse af F_n , som betyder, at kræfternes parallelogram giver en resulterende kraft i skråplanets retning! Kender man skråplanets vinkel i forhold til vandret kan man beregne normalkraftens størrelse ved at regne i trekanter. Det vil vi dog ikke gøre her.

Eksempel 6

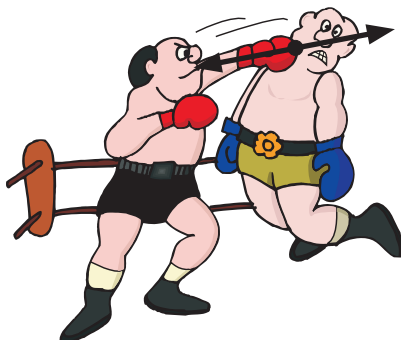
Lad os forestille os, at vi er ude i Vojens skøjtehal for at spille ishockey. Lad os antage, at der slet ikke er nogen gnidning mellem puck og is – hvilket dog ikke helt er muligt i praksis. Vi puffer til pucken. Efter pucken har forladt ishockeystaven er den resulterende kraft på pucken 0. Godt nok er den påvirket af en tyngdekraft og en normalkraft som på figur 11, men de udligner jo hinanden. Da den resulterende kraft på pucken er 0 vil puckens acceleration ifølge newtons 2. lov være 0. Det betyder, at hastigheden må have

konstant størrelse og retning. Bevægelsen er med andre ord *jævn* og *retlinet*. Man kunne også tænke at bruge newtons 1. lov her, men som den står anført, må der ikke virke kræfter på legemet. Newtons 1. lov holder dog fint, hvis vi udskifter ”ikke er påvirket af kræfter” med ”er påvirket af en resulterende kraft som er 0”.

Eksempel 7

Figur 13 viser en bokser som rammer sin modstander med en kraft. Ifølge newtons 3. lov vil modstanderens hoved virke tilbage på bokserens hånd med en lige så stor og modsat rettet kraft. Man ser derfor også i boksning mange håndskader.

Figur 13



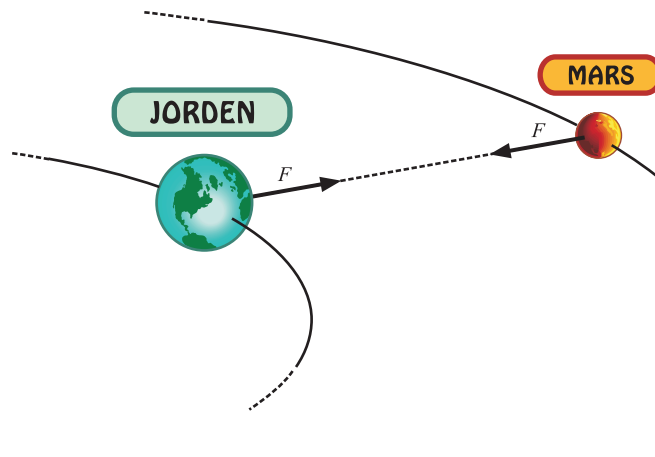
Eksempel 8

Gravitationsloven siger, at legeme 1 med massen m_1 påvirker legeme 2 med massen m_2 med en kraft af størrelsen:

$$(6) \quad F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

hvor G er *gravitationskonstanten* og r er afstanden mellem de to legemers tyngdepunkter. Men legeme 2 påvirker også legeme 1 med en ligeså stor og modsat rettet kraft – endnu et eksempel på loven om aktion og reaktion, og denne kan altså tages i brug selv om de to legemer ikke rører hinanden!

Figur 14



Fysikeren og astronomen Johannes Kepler (1571–1630), som arbejdede sammen med Tycho Brahe, opstillede tre love, hvoraf den ene siger at planeterne bevæger sig i *ellipsebaner* omkring Solen med sidstnævnte i ellipsens brændpunkt. Dette stemmer faktisk også, hvis der kun er Solen og én planet tilstede! I virkeligheden påvirker alle planeterne hinanden indbyrdes med kræfter givet ved (6). Det giver så kun tilnærmelsesvist ellipseformede baner. Når man regner med mange planeter for at bestemme planeterne bevægelse, så siger man, at man har at gøre med et *mangelegemeproblem*. Man kalder det fysiske område for *celestial mekanik* eller *himmelmekanik*. Det giver meget komplicerede beregninger – det er imponerende at se, hvordan sådanne ”himmelmekanikere” kan bestemme himmellegemernes bevægelse med så stor præcision, som de kan!

Eksempel 9

En bil med massen 800 kg kører hen ad en vej og motoren leverer en kraft, så stor, at den resulterende kraft på bilen er blevet 3000 N. Da er bilens acceleration:

$$a = \frac{F_{\text{res}}}{m} = \frac{3000 \text{ N}}{800 \text{ kg}} = 3,75 \text{ m/s}^2$$

5. Gnidningskræfter

I forrige afsnit var der eksempler, hvor vi så bort fra gnidning. I dette afsnit skal vi studere fænomenet nærmere. Det viser sig nemlig, at *gnidningskraften* er proportional med normalkraften, og er rettet *modsat* bevægelsen:

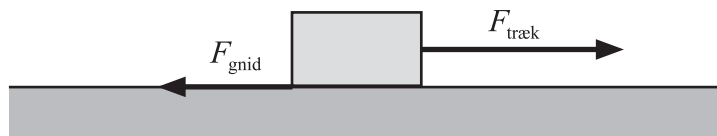
$$(7) \quad F_{\text{gnid}} = \mu \cdot F_n$$

Proportionalitetskonstanten μ betegnes *gnidningskoefficienten*. Gnidningen afhænger af såvel legemets materiale samt underlagets materiale. Jo større gnidningskoefficient, jo større gnidningskraft. Lad os se på et eksempel.

Eksempel 10

En klods med massen 2,4 kg trækkes med en kraft på 10 N hen ad et vandret bord. Gnidningskoefficienten mellem genstand og underlag er 0,2. Vi vil bestemme den acceleration, som klodsens får. Bemærk, at vi ikke behøver at inddrage tyngdekraften og normalkraften på klodsens, da de udligner hinanden!

Figur 15



Jævnfør eksempel 4 er normalkraften lig med tyngdekraften på klodsen:

$$(8) \quad F_n = F_t = m \cdot g = 2,4 \text{ kg} \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 = 23,6 \text{ N}$$

og dermed ifølge formel (7):

$$(9) \quad F_{\text{gnid}} = \mu \cdot F_n = 0,2 \cdot 23,6 \text{ N} = 4,72 \text{ N}$$

Den resulterende kraft på klodsen er derfor:

$$(10) \quad F_{\text{res}} = F_{\text{træk}} - F_{\text{gnid}} = 10 \text{ N} - 4,72 \text{ N} = 5,28 \text{ N}$$

hvorved vi endelig får accelerationen ved brug af Newtons 2. lov:

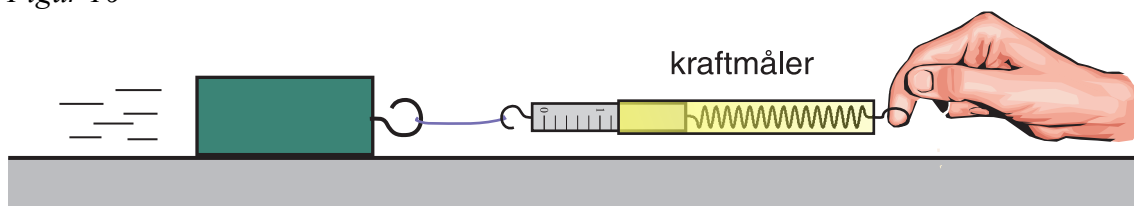
$$(11) \quad a = \frac{F_{\text{res}}}{m} = \frac{5,28 \text{ N}}{2,4 \text{ kg}} = 2,20 \text{ m/s}^2$$

Eksempel 11

Vi skal designe et forsøg, hvor man kan bestemme gnidningskraften mellem en klods og det vandrette underlag, klodsen bevæges hen over. Den resulterende kraft på klodsen er $F_{\text{res}} = F_{\text{træk}} - F_{\text{gnid}}$. Dette giver umiddelbart følgende slutninger:

$$(12) \quad \begin{aligned} v \text{ konstant} &\Leftrightarrow a = 0 \\ &\Leftrightarrow F_{\text{res}} = m \cdot a = 0 \\ &\Leftrightarrow F_{\text{træk}} - F_{\text{gnid}} = 0 \\ &\Leftrightarrow F_{\text{træk}} = F_{\text{gnid}} \end{aligned}$$

Figur 16



Hvis vi altså sørger for at trække med så stor en kraft, at klodsen bevæger sig med konstant hastighed, så vil den ønskede gnidningskraft være lig med trækkræften! Og sidstnævnte kan jo måles ved at trække med et dynamometer.

6. Arbejde

Ordet "arbejde" i dagligdagen er et noget upræcist ord og er beslægtet med ordet "energi". "Hun havde arbejdet hårdt", siger man. I fysikken har vi brug for en præcis definition af dette begreb. Lad mig først angive definitionen, derefter komme med nogle eksempler og senere fremføre nogle argumenter for definitionens rimelighed.

Definition af arbejde

Hvis en genstand bevæges strækningen Δs under påvirkning af en kraft F , som er ensrettet med bevægelsesretningen, så defineres kraftens arbejde ved:

$$(13) \quad A = F \cdot \Delta s \text{ (”Arbejde = kraft gange vej”)}$$

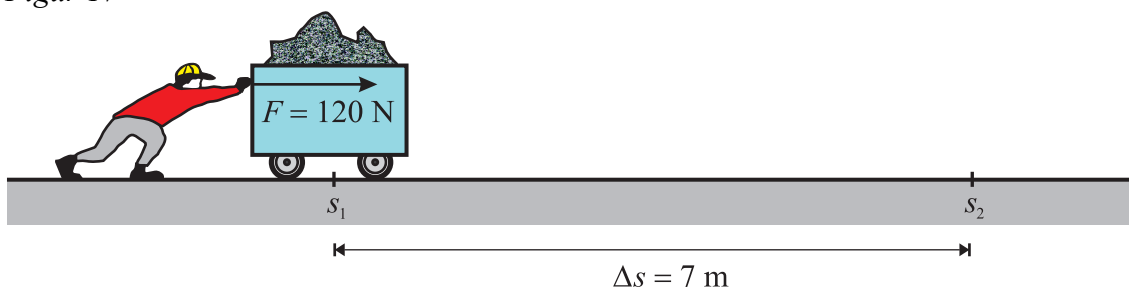
Hvis der er en vinkel α mellem kraften og forskydningen (bevægelsesretningen), så defineres kraftens arbejde ved:

$$(14) \quad A = F \cdot \Delta s \cdot \cos(\alpha)$$

Eksempel 12

En mand skubber en godsvogn 7 meter hen ad nogle vandrette skinner. Den anvendte kraft er ensrettet med bevægelsen og af størrelsen 120 N. Det af kraften udførte arbejde er derfor ifølge (13): $A = F \cdot \Delta s = 120 \text{ N} \cdot 7 \text{ m} = 840 \text{ J}$.

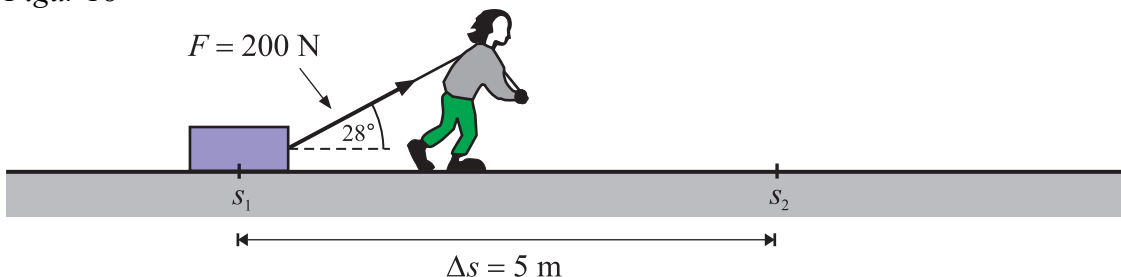
Figur 17



Eksempel 13

En person trækker en kasse efter sig. Den anvendte kraft er af størrelsen 200 N og er rettet i snorens retning. Sidstnævnte danner en vinkel på 28° med den vandrette bevægelsesretning. Kassen bevæges stykket 5 m. Kraftens arbejde er derfor ifølge (14) lig med: $A = F \cdot \Delta s \cdot \cos(28^\circ) = 200 \text{ N} \cdot 5 \text{ m} \cdot \cos(28^\circ) = 883 \text{ J}$.

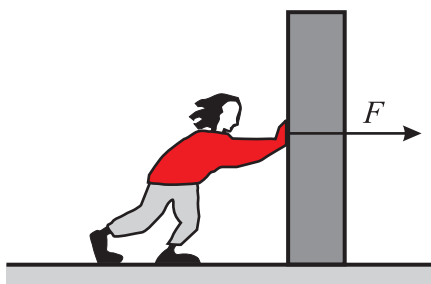
Figur 18



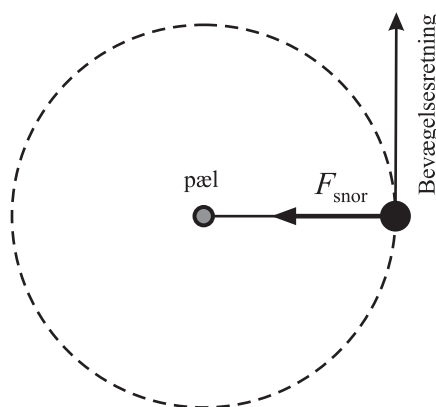
Eksempel 14

Betragt figur 19 nedenfor. En person står og presser på en væg, som ikke flytter sig. Da forskydningen er 0 er kraftens arbejde også 0: $A = F \cdot \Delta s = F \cdot 0 = 0$. Godt nok har personen udført et *fysiologisk arbejde*, som kan observeres ved at personen er blevet træt, men i fysisk forstand er der ikke udført noget arbejde. Personens anstrengelser har derimod givet sig udslag i at dennes hænder og murens overflade er blevet lidt varme! Der er afsat varmeenergi i hænder og mur.

Figur 19



Figur 20



Eksempel 15

Figur 20 skal forestille en situation set oppefra: En kugle er bundet fast til en pæl via en snor. Kuglen, som løber på et fuldstændigt glat underlag, gives et puf, hvorefter den foretager en cirkulær bevægelse rundt om pælen. Da kuglen i ethvert øjeblik er på vej i tangentens retning (= bevægelsesretningen) og denne altid er vinkelret på radien, langs hvilken snorkraften virker, er snorkraftens arbejde ifølge (14) lig med 0:

$$(15) \quad A = F \cdot \Delta s \cdot \cos(90^\circ) = F \cdot \Delta s \cdot 0 = 0$$

At snorkraftens arbejde er 0 hænger også fint sammen med det faktum, at kuglen, når den først har fået et puf, i princippet kan fortsætte sin cirkulære bevægelse i det uendelige, når vi antager at der ingen luftmodstand er, ingen gnidning mod underlaget samt at der ingen gnidning er i lejerne i snorens fastgørelse til pælen.

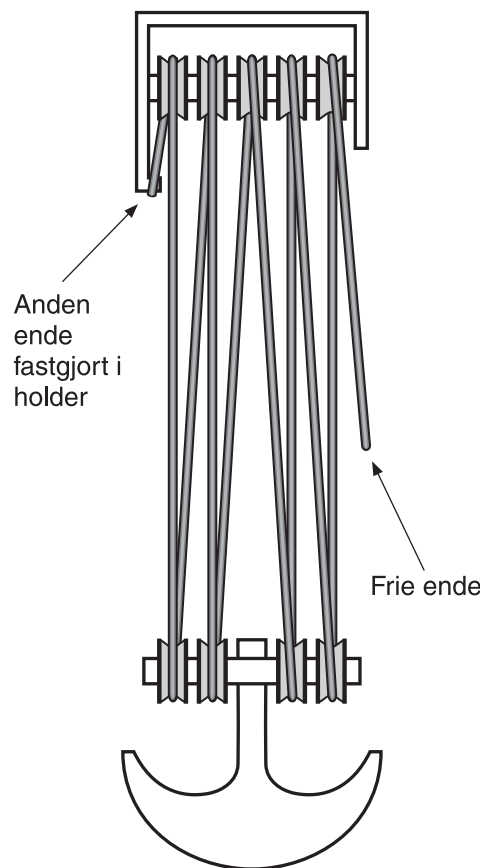
Eksempel 16

Figur 21 på næste side viser en såkaldt *talje*. En snor er fastgjort til taljens faste del. Snoren løber så over et antal fritløbende trisser med kuglelejer for at ende i taljens frie ende. Brugeren tager fat i den frie ende og kan trække i dette tilfælde et anker op. For at trække ankeret 1 meter op, må brugeren trække 8 meter snor til sig, fordi snorene hænger 8-dobbelt imellem taljens faste del og ankeret. Til gengæld skal der kun benyttes en kraft, som er 8 gange så lille som tyngdekraften på ankeret, hvis man ser bort fra leje-

kræfter etc. Man skal altså udøve en 8 gange så lille kraft over en 8 gange så stor strækning! Selvom man således bliver i stand til at løfte tungere ting end man ellers ville kunne klare, er det ikke overraskende, at man skal udføre det samme arbejde, dvs. at arbejdet ved at bruge taljen er lig med arbejdet ved at løfte ankeret direkte op:

$$(16) \quad A_{\text{talje}} = \frac{1}{8} F_t \cdot 8 \Delta s = F_t \cdot \Delta s = A_{\text{direkte}}$$

Figur 21



Eksempel 17

Et negativt arbejde kan også forekomme. Dette er for eksempel tilfældet for gnidningskraftens arbejde i eksempel 10. Lad os sige, at klodsen slæbes 10 meter:

$$(17) \quad A_{\text{gnid}} = F_{\text{gnid}} \cdot \Delta s \cdot \cos(180^\circ) = 4,72 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \cdot (-1) = -47,2 \text{ J}$$

Bemærkning 18 (Om definitionen af begrebet arbejde)

Lad os kommentere det fornuftige i definitionen af arbejde. Det er naturligt, at en krafts arbejde er afhængig af såvel størrelsen af kraften og den strækning Δs , hvor kraften virker over. Hvis vi ser på definition (13), så er det faktisk fornuftigt, at arbejdet endda er *proportional* med kraften, for det sikrer nemlig i tilfældet hvor kraft og bevægelse er

ensrettet, den meget vigtige og ønskværdige egenskab, at *hvis to kræfter virker på én genstand, så vil den samlede krafts arbejde under flytningen være lig med summen af kræfternes arbejde*:

$$(18) \quad A_{\text{total}} = F_{\text{total}} \cdot \Delta s = (F_1 + F_2) \cdot \Delta s = F_1 \cdot \Delta s + F_2 \cdot \Delta s = A_1 + A_2$$

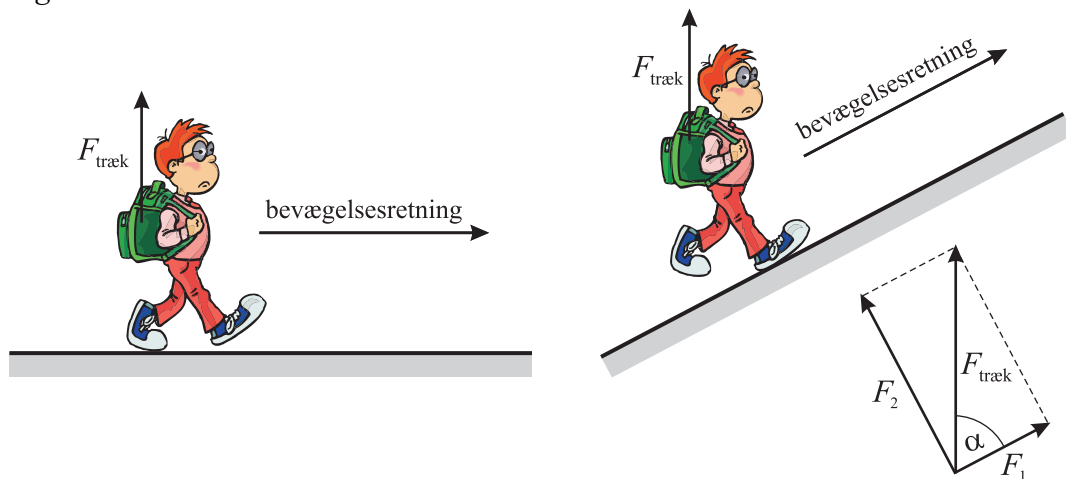
Denne egenskab ønsker vi naturligvis også opfyldt i det generelle tilfælde, hvor der er en vinkel mellem kraft og forskydning. På samme måde kan man sige, at det er fornuftigt at arbejdet ved for eksempel at flytte en kasse Δs_1 og derefter Δs_2 er det samme som arbejdet ved at flytte kassen hele strækningen $\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2$ på én gang. Dette sikrer proportionaliteten med Δs i definition (13) også:

$$(19) \quad A_{\text{total}} = F \cdot \Delta s = F \cdot (\Delta s_1 + \Delta s_2) = F \cdot \Delta s_1 + F \cdot \Delta s_2 = A_1 + A_2$$

En af idéerne med begrebet arbejde er at et *systems energiindhold* skal kunne ændres, hvis systemet er påvirket af en kraft, mens systemet flyttes. Arbejdet A skal så være lig med systemets tilvækst i energi: $A = \Delta E$. Bemærk også, at begrebet arbejde *skal* knyttes til en bestemt kraft!

Men hvorfor er det fornuftigt, at en krafts arbejde er 0, hvis kraften er vinkelret på forskydningen? Lad os se på et eksempel: Hvis en person bærer sin skoletaske til skole vil han behøve en trækraft, som er af samme størrelse som tyngdekraften, men modsat rettet, for at personen ikke taber skoletasken. At trækraftens arbejde er 0 er faktisk fornuftigt, for personen kunne lige så godt have stillet tasken på en vogn og så givet vognen et puf, hvorefter vognen ville have bragt tasken frem uden at der var brug for at tilføre energi! – når der ses bort fra gnidning!

Figur 22



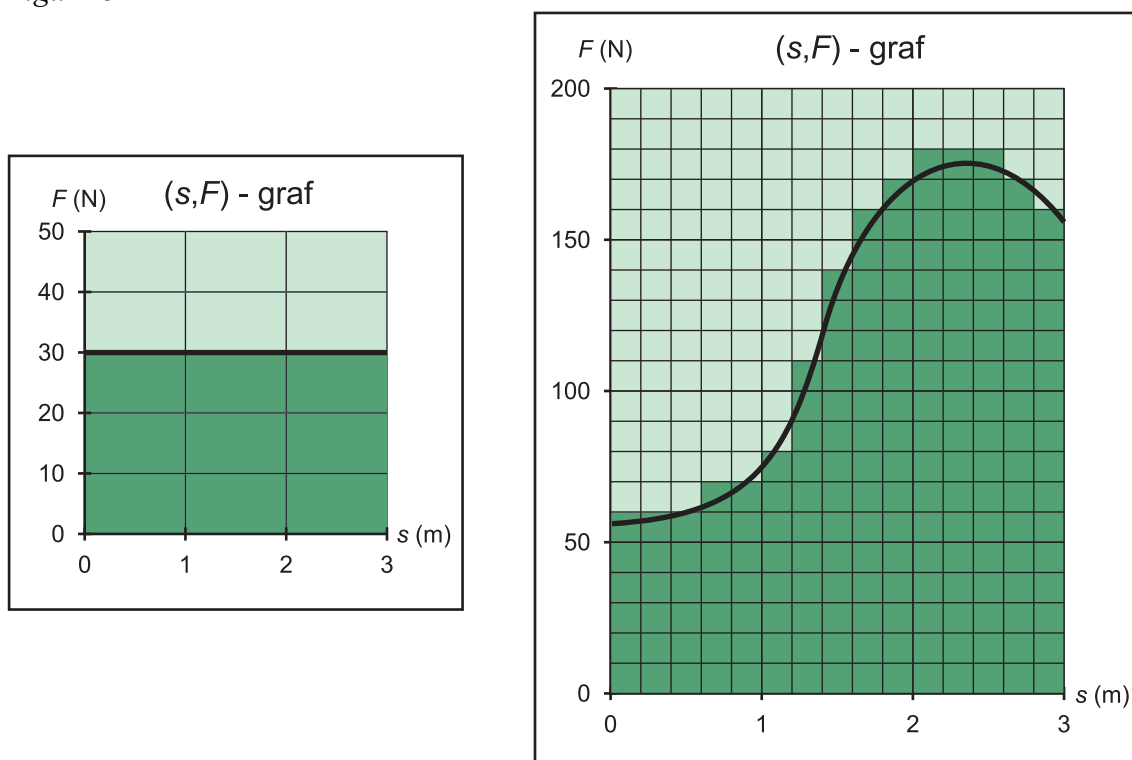
Men hvorfor er den generelle definition (14) så fornuftig? For det første ser vi, at (13) virkelig er et specialtilfælde af (14), idet $\cos(0) = 1$. Igen ser vi på et eksempel: Hvis en person bærer sin skoletaske op ad en skrå bakke, så er vinklen mellem trækraften og bevægelsesretningen ikke længere ret, så her udfører trækraften et arbejde i fysisk forstand. Under billedet af bakken har jeg anbragt et lettere forstørret billede af trækraft-

ten, som er vist *opløst* i to kræfter F_1 og F_2 henholdsvis langs med og vinkelret på bevægelsesretningen. Kræfternes parallelogram giver os, at $F_{\text{træk}} = F_1 + F_2$. Vi ønsker som tidligere, at summen af arbejdet udført af F_1 og F_2 skal være lig med arbejdet udført af trækkræften. Men arbejdet udført af F_2 er lig med 0, da kræften er vinkelret på bevægelsesretningen. Arbejdet udført af F_1 er derimod ifølge (13) lig med $F_1 \cdot \Delta s$. Altså er trækkræftens arbejde lig med $F_1 \cdot \Delta s$. Altså skal trækkræftens arbejde gerne være lig med $F_1 \cdot \Delta s$. Men ved at regne i en trekant på figur 22 ser vi, at $\cos(\alpha) = F_1 / F_{\text{træk}}$, men dvs. vi får trækkræftens arbejde til $F_1 \cdot \Delta s = F_{\text{træk}} \cdot \cos(\alpha) \cdot \Delta s$, hvilket netop svarer til hvad definition (14) ville have givet. Vi har dermed argumenteret for cosinus-faktoren i (14): *Det er kun kraftens projektion på bevægelsesretningen, som bidrager til arbejdet!!*

□

Betragt de to grafer på figur 23 nedenfor: Grafen til venstre illustrerer en situation, hvor der virker en *konstant* kraft på 30 N på en genstand, som flyttes 3 m. Arbejdet er derfor lig med $A = F \cdot s = 30 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} = 90 \text{ J}$, som man observerer netop svarer til *arealet* under (s, F) -graf. Hvis kraften ikke er *konstant*, så er kraftens arbejde faktisk også lig med arealet under (s, F) -graf. For at forstå dette må man dog kende til *integralregning*. En indikation af påstandens rigtighed fås dog ved at dele strækningen op i små intervaller, hvori man omtrent kan regne kraften som konstant. Dette er illustreret på figuren til højre i figur 23.

Figur 23



Bemærkninger om arbejde og effekt 19

Som bekendt er effekt det samme som anvendt *energi pr. tid*. Når en kraft udfører et arbejde, er kraftens effekt et udtryk for ”arbejdets tempo”, *arbejde pr. tid*. Vi har:

$$(20) \quad P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{A}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s \cdot \cos(\alpha)}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} \cdot \cos(\alpha) = F \cdot v \cdot \cos(\alpha)$$

hvor v er hastigheden og α er vinklen mellem den konstante kraft F og hastigheden. Hvis kraften og hastigheden er *ensrettede* fås altså følgende udtryk for kraftens effekt:

$$(21) \quad P = F \cdot v$$

7. Mekanisk energi

En komponent af den mekaniske energi er den såkaldte *kinetiske energi*:

Definition af kinetisk energi

Et legeme med massen m , som bevæger sig med en hastighed på v , tildeles en bevægelsesenergi, også kaldet *kinetisk energi*, givet ved

$$(22) \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$$

Som et eksempel til illustration af det fornuftige i denne definition, kan vi betragte det frie fald: En genstand slippes med starthastighed 0 i en given højde og falder udelukkende under påvirkning af tyngdekraften. Vi har i (5) set, at den opnåede hastighed efter at genstanden er faldet stykket s er givet ved $v^2 = 2 \cdot g \cdot s \Leftrightarrow s = \frac{1}{2} v^2 / g$. Det er da naturligt at tildele genstanden en kinetisk energi, der svarer til det arbejde, som tyngdekraften udfører på genstanden under bevægelsen:

$$(23) \quad A_t = F_t \cdot \Delta s = m \cdot g \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2} m v^2$$

Da starthastigheden er 0 og da tyngdekraften er den eneste virkende kraft, kan (23) også formuleres som $A_{\text{res}} = \Delta E_{\text{kin}}$. Denne ligning kan vises at gælde generelt:

Arbejdssætningen

Ændringen i et legemes kinetiske energi er lig med den resulterende krafts arbejde:

$$(24) \quad \Delta E_{\text{kin}} = A_{\text{res}}$$

Den anden komponent i den mekaniske energi er den *potentielle energi*:

Definition af potentiel energi

Man vælger sig et *nulniveau* for potentiel energi. Et legeme med massen m , som befinder sig i højden h over nulniveauet, tildeles en beliggenhedsenergi, også kaldet *potentiel energi*, givet ved

$$(25) \quad E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

Som nævnt skal man vælge et højdeniveau, som man vil sætte til nulniveau for potentiel energi. Genstande, som befinder sig over dette niveau har da positiv potentiel energi og genstande under nulniveauet har negativ potentiel energi. Som regel er det ikke vigtigt, hvilket niveau, som vælges til nulniveau, for man er som regel kun interesseret i *forskellen* i potentiel energi, og den er jo uafhængig af valget af nulniveau (Overvej!).

Man kan sige, at potentiel energi er en slags ”opsparet energi”, der når som helst kan udløses ved at genstanden slippes og falder til jorden og opnår større fart og dermed opnår større bevægelsesenergi. Vi kan igen illustrere det fornuftige i definitionen (25) for den potentielle energi ved at kigge på det frie fald: Det vil være fornuftigt at lade den potentielle energi svare til tyngdekraftens arbejde ved at flytte genstanden fra højden h til nulniveauet:

$$(26) \quad A_t = F_t \cdot \Delta s = m \cdot g \cdot h$$

Bemærk i øvrigt også, at tyngdekraftens arbejde kan tolkes som *tabet* i potentiel energi, idet den potentielle energi ved flytningen ændrer sig fra E_{pot} til 0. Altså gælder:

$$(27) \quad A_t = -\Delta E_{\text{pot}}$$

Denne formel gælder ikke bare i eksemplet med det frie fald, men generelt for bevægelser i tyngdefeltet.

Bemærkning 20 (Om konservative kræfter)

Af (27) kan vi se, at tyngdekraftens arbejde kun afhænger af start- og slut-niveau. Det betyder for eksempel, at tyngdekraftens arbejde er den samme hvad enten en genstand falder frit til jorden eller den glider ned ad en sliske til jorden! En kraftpåvirkning med en sådan egenskab kaldes for en *konservativ kraft*. Tyngdekraften er altså en konservativ kraft. Derimod er gnidningskræfter ikke konservative. Tabet ved gnidning afhænger meget af på hvilken måde man bevæger sig fra det ene niveau til det andet. Ved gnidning omsættes kinetisk energi i øvrigt til varmeenergi (indre energi).

Bemærkning 21 (Om andre slags potentielle energier)

Begrebet *potentiel energi* kendes i øvrigt også indenfor andre grene af fysikken, for eksempel i ellære. En ladet partikel, fx en elektron, der befinder sig i et elektrisk kraftfelt, kan for eksempel få udløst sin potentielle energi og blive accelereret i det elektriske felt, ved at elektronen suser hen mod den positive pol. For at skelne mellem potentiel energi i *tyngdefeltet*, kan vi her tale om *elektrisk potentiel energi*. $E_{\text{pot,el}} = U \cdot q$ er et udtryk herfor. Her er U *spændingen* og q *ladningen*. Husk i øvrigt, at spændingen i ellære netop blev defineret ved: $U = E_{\text{pot,el}}/q$!!! Potentiel energi benyttes også i forbindelse med *fjedre*. En genstand, som er spændt ud i en fjeder besidder en potentiel energi, som kan udløses ved at genstanden slippes og fjederen accelererer genstanden. Udtrykket for den potentielle energi for en fjeder er givet ved: $E_{\text{pot,fjeder}} = \frac{1}{2} k x^2$, hvor k er *fjederkonstanten* og x er det stykke fjederen er trukket ud fra ligevægtspositionen.

Definition af mekanisk energi

Den *mekaniske energi* på et legeme defineres som summen af den kinetiske og den potentielle energi:

$$(28) \quad E_{\text{mek}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$$

Der gælder et par meget vigtige sætninger i forbindelse med mekanisk energi:

Ændring af mekanisk energi

Hvis man opdeler de kræfter, som virker på et legeme, i tyngdekraften og de *øvrige* kræfter, så er tilvæksten i mekanisk energi lig med de øvrige kræfters arbejde:

$$(29) \quad \Delta E_{\text{mek}} = A_{\text{øvrige}}$$

Begrundelse: Den resulterende krafts arbejde er lig med summen af tyngdekraftens arbejde og de øvrige kræfters arbejde. Ved brug af (24) og (27) får vi derfor:

$$(30) \quad \begin{aligned} A_{\text{res}} &= A_t + A_{\text{øvrige}} \\ \Downarrow \\ \Delta E_{\text{kin}} &= -\Delta E_{\text{pot}} + A_{\text{øvrige}} \\ \Downarrow \\ \Delta E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{pot}} &= A_{\text{øvrige}} \\ \Downarrow \\ \Delta E_{\text{mek}} &= A_{\text{øvrige}} \end{aligned}$$

Som viser det ønskede!

Nu til den virkelig vigtige *bevarelsessætning*, som berettiger indførelsen af begrebet mekanisk energi. Sætningen er faktisk et specialtilfælde af (29), idet den vedrører det tilfælde, hvor de øvrige kræfter virker vinkelret på bevægelsesretningen. Hvis dette er tilfældet vil deres arbejde jo være 0! Dette giver straks $\Delta E_{\text{mek}} = 0$ eller udtrykt på anden vis: Den mekaniske energi ændrer sig ikke. Den er konstant.

Mekanikkens energisætning

For et legeme, der ikke er påvirket af nogen kraft udover tyngdekraften og eventuelt kræfter, som virker vinkelret på bevægelsesretningen, er den mekaniske energi bevaret, dvs.

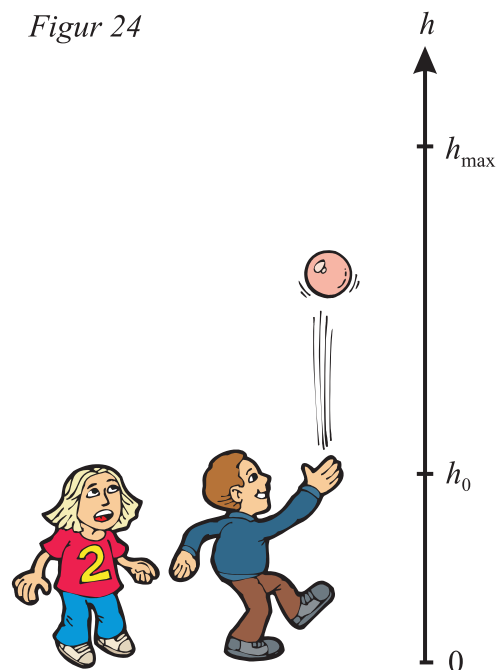
$$(31) \quad E_{\text{mek}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{konstant}$$

Eksempel 22

Mikkel og Marie spiller bold. Mikkel kaster bolden lodret op i luften, således, at bolden, umiddelbart efter at den forlader Mikkels hånd, har en hastighed på $v_0 = 7,0 \text{ m/s}$. Håndens højde over jorden er $h_0 = 1,4 \text{ m}$ og der kan ses bort fra luftmodstand. Vi ønsker at bestemme a) boldens maksimale højde h_{max} over jorden og b) boldens hastighed v_1 når den rammer jorden. Som nulniveau for potentiel energi vælger vi passende jorden.

- a) I første spørgsmål definerer vi starttilstanden til at være lige efter bolden forlader hånden og slutttilstanden til at være når bolden opnår sin maksimale højde. Mekanikkens energisætning giver nu:

Figur 24



$$\begin{aligned} E_{\text{mek,start}} &= E_{\text{mek,slut}} \\ \Downarrow \\ \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 &= \frac{1}{2}m0^2 + mgh_{\text{max}} \\ \Downarrow \\ \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 &= mgh_{\text{max}} \\ \Downarrow \\ \frac{\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0}{mg} &= h_{\text{max}} \\ \Downarrow \\ \frac{\frac{1}{2}v_0^2 + gh_0}{g} &= h_{\text{max}} \end{aligned}$$

Bemærk, at massen m af bolden går ud i udtrykket for den maksimale højde. Det betyder, at resultatet er *uafhængigt* af massen. Med værdierne indsat får vi:

$$h_{\max} = \frac{\frac{1}{2}v_0^2 + gh_0}{g} = \frac{0,5 \cdot (7,0 \text{ m/s})^2 + 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 1,4 \text{ m}}{9,82 \text{ m/s}^2} = 3,89 \text{ m}$$

- b) I dette spørgsmål lader vi starttilstanden være når bolden når sit højeste punkt, hvor hastigheden er 0. Sluttilstanden skal være når bolden rammer jorden, hvilket betyder at højden er 0. Vi får igen af bevarelsen af den mekaniske energi:

$$\begin{aligned} E_{\text{mek,start}} &= E_{\text{mek,slut}} \\ \Downarrow \\ \frac{1}{2}m0^2 + mgh_{\max} &= \frac{1}{2}mv_1^2 + mg0 \\ \Downarrow \\ mgh_{\max} &= \frac{1}{2}mv_1^2 \\ \Downarrow \\ 2gh_{\max} &= v_1^2 \\ \Downarrow \\ \sqrt{2gh_{\max}} &= v_1 \end{aligned}$$

Igen ser vi, at resultatet er uafhængig af boldens masse:

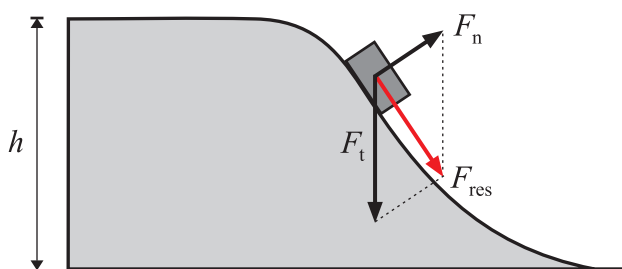
$$v_1 = \sqrt{2gh_{\max}} = \sqrt{2 \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 3,89 \text{ m}} = 8,74 \text{ m/s}$$

□

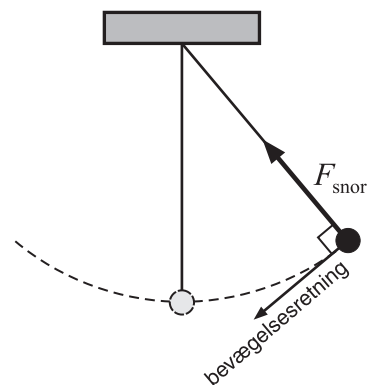
Eksempel 23

Mekanikkens energisætning gælder ikke kun i tilfældet med det frie fald. Figur 25 viser for eksempel en klods, som glider på en *glat* sliske. Udover tyngdekraften F_t virker der også en normalkraft F_n på klodsens – det er sliskens reaktion på klodsens. Dette giver en resulterende kraft på F_{res} på klodsens, som peger i tangentens retning.

Figur 25



Figur 26



Da normalkraften varierer under bevægelsen ned ad slisken ville det have været overordentligt svært at bestemme klodsens hastighed ved bunden, hvis man ikke havde haft mekanikkens energisætning til rådighed! Bemærk i øvrigt, at betingelserne i sætningen er opfyldt, eftersom normalkraften virker vinkelret på bevægelsesretningen! Af samme årsag er den mekaniske energi også bevaret i eksemplet med pendulet på figur 26. Her er snorkraften F_{snor} også vinkelret på bevægelsesretningen, som er i tangentens retning! Kræfter, som er vinkelrette på bevægelsesretningen giver et bidrag i arbejdet på 0 J.

Bemærkning 24

Hvis slisken i situationen på figur 25 ikke er glat, så er den mekaniske energi *ikke* bevaret, for så er der tillige en *gnidningskraft* og den virker som bekendt i modsat retning af bevægelsen. Det betyder, at denne krafts arbejde er negativt (sammenlign med eksempel 17). Ifølge (29) vil det betyde et *tab* i mekanisk energi!

Opgaver

I opgaverne nedenfor angiver det første ciffer i opgavens nummer, hvilket afsnit opgaven hører til. Opgaver der er lidt sværere angives med en *.

Opgave 1.1

En bil kører med konstant hastighed fra København til Slagelse på 50 minutter. Afstanden er på 98 km. Hvor stor er farten? (i begge enheder km/t og m/s).

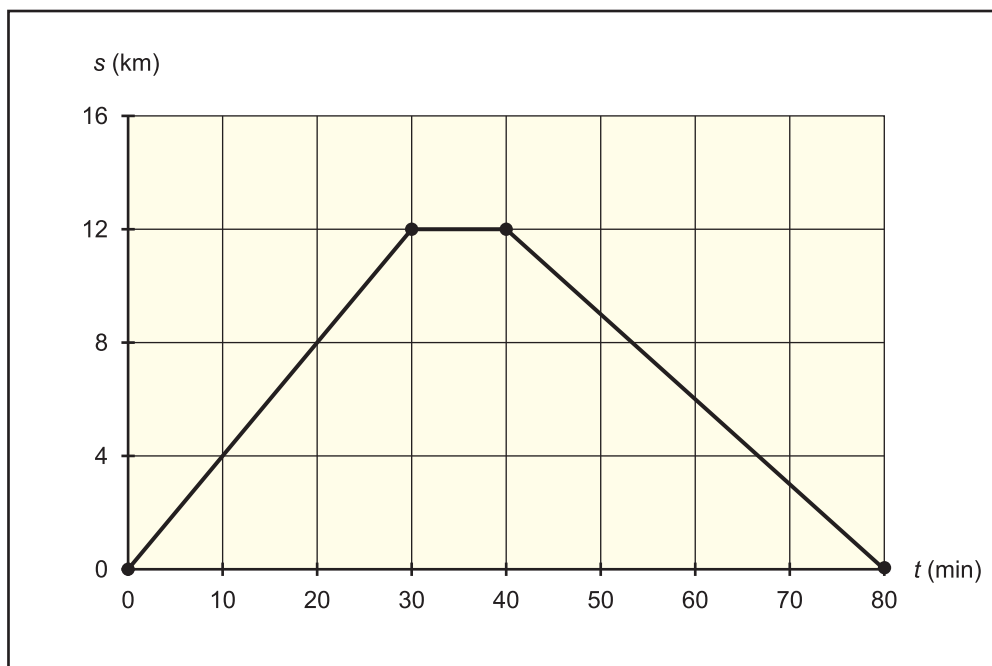
Opgave 1.2

En bil kører med den konstante hastighed 90 km/t på en vej i en tidsperiode på 1,5 timer. Tegn (t, s) -graf og (t, v) -graf for bevægelsen, idet vi sætter $s(0) = 0$. Hvor langt kommer bilen i alt?

Opgave 1.3

Knud Åge var på cykeltur i det grønne. Hans bevægelse kan beskrives ved (t, s) -graf på figuren nedenfor.

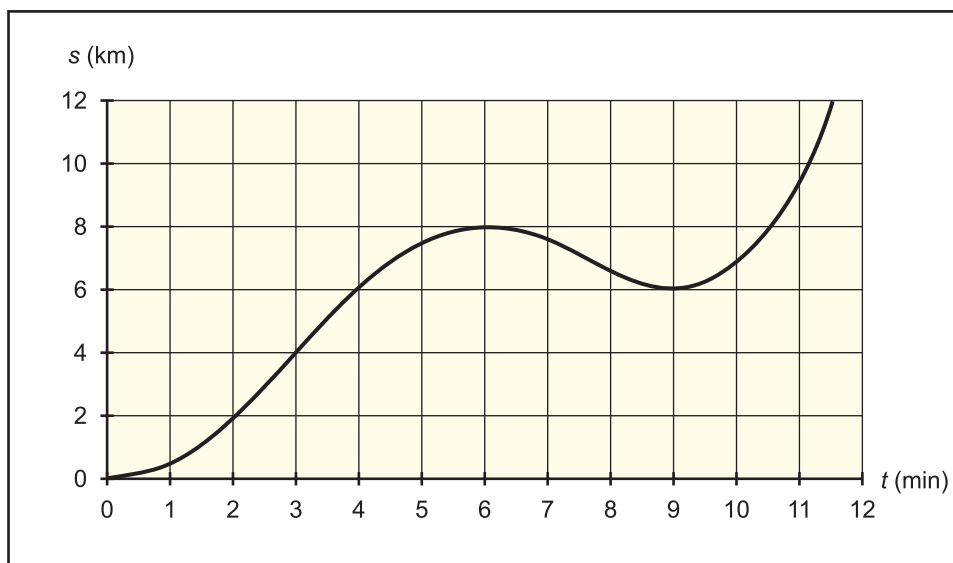
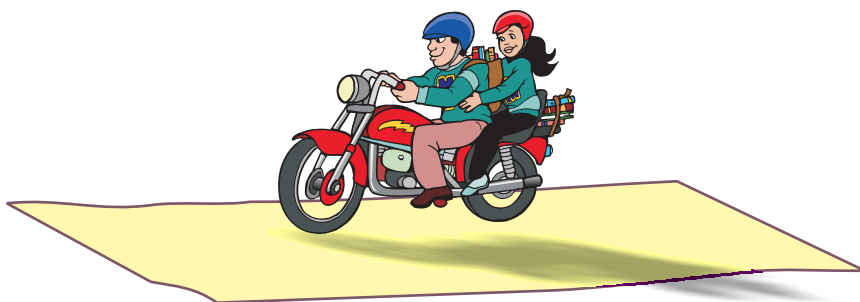
- Beskriv med ord, hvad Knud Åge foretog sig og beregn hastigheder.
- Lav den tilhørende (t, v) -graf.
- Hvad er gennemsnitshastigheden i de første 40 minutter?
- Hvorfor er bevægelsen ikke fuldstændig realistisk, hvis man er nøjeregnende?



Opgave 1.4

Poul og Lise kører en tur beskrevet ved nedenstående (t, s) -graf.

- Prøv at vurdere, hvordan hastigheden har varieret i løbet af de 10 minutters kørsel, idet du vurderer tangenternes hældning. Hvornår er hastigheden 0?
- Hvad er hastigheden omtrent til tidspunktet $t = 3$ min?
- Hvad er gennemsnitshastigheden i tidsrummet fra 0 til 6 minutter?
- Acceleration er hastighedsændring pr. tid. Prøv at vurdere, i hvilke tidsrum accelerationen har været høj, svarende til at hældningskoefficienten af tangenten ændrer sig meget.

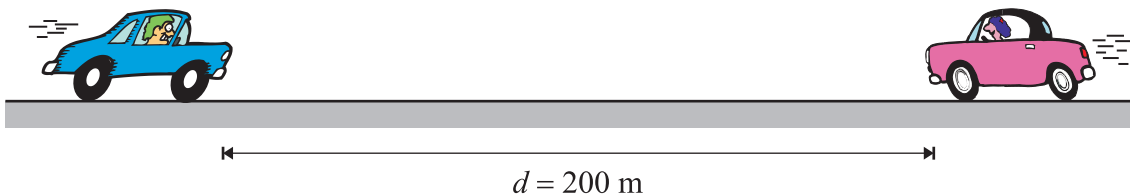


Opgave 1.5*

Figuren på næste side viser desperadoerne Kurt og Gurli køre hen imod hinanden for at se, hvem som først viger! Bilerne hastigheder er henholdsvis 150 km/t og 130 km/t, og afstanden mellem bilerne er 200 m.

- Hvor lang tid tager det før bilerne mødes?
- Hvor langt fra Kurt vil bilerne mødes?

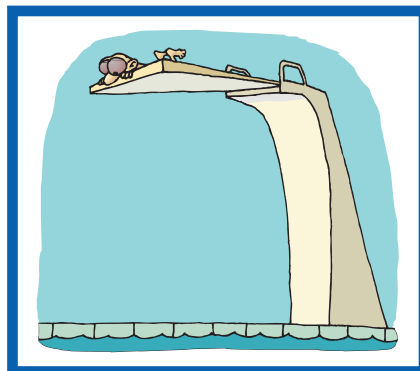
(Hjælp: Du kan løse opgaven ved ren beregning. Alternativt kan du prøve at løse den grafisk ved at lave en (t, s) -graf. Bemærk, at du da skal regne den ene af bilerne hastighed for negativ! Du kan lade den ene bil starte i $s = 0$, og den anden i $s = 200$ m).



Opgave 2.1

Ulrik er ikke meget for at springe ud fra vippen! Vippen er 6 meter over vandets overflade. Ulrik bestemmer sig dog for at gøre forsøget og lader sig droppe ned.

- Bestem Ulriks hastighed ved vandoverfladen.
- Hvor lang tid tager det før han rammer vandet?



Opgave 2.2

Hvor langt falder en sten i luften i løbet af 5 sekunder, hvis man ser bort fra luftmodstand, og hvor stor en hastighed har den derved opnået? Hvad er gennemsnitshastigheden i tidsrummet på de 5 sekunder?

Opgave 2.3

En sten droppes fra en bro over en flod. Hvor langt skal den flyve før den opnår en hastighed på 100 km/t? Hvor lang tid tager det?

Opgave 2.4*

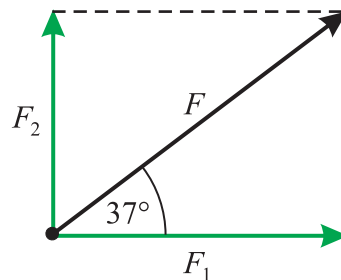
En sten skydes nedad med en starthastighed på 5 m/s. Hvor langt når den efter 7 sekunder? (*Hjælp:* Bemærk, at formel (3) kun gælder, hvis starthastigheden er 0. Derfor må du være lidt smart her. Man kunne for eksempel forestille sig, at stenen havde opnået starthastigheden på de 5 m/s ved at starte fra hvile i en højere position ...)

Opgave 3.1

En klods trækkes hen ad et vandret bord med trækraften 100 N. Bestem den resulterende krafts størrelse, idet det oplyses, at gnidningskraften er 27 N.

Opgave 3.2

Det kan undertiden være fornuftigt at opløse en kraft i to kræfter for at behandle de to såkaldte *komposanter* hver for sig. På figuren ses en kraft F på 40 N, som danner en vinkel på 37° i forhold til vandret. Kraften opløses i en vandret komponent F_1 og en lodret komponent F_2 . Beregn størrelserne af de to komponenter ved hjælp af trekantsberegninger.



Opgave 4.1

Hvad er tyngdekraften på et 50 kg lod?

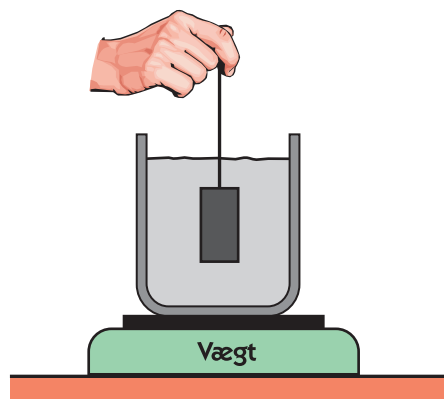
Opgave 4.2

En motor, som kan levere en kraft på 70 N, trækker en genstand med massen 24 kg hen ad et vandret glat underlag. Bestem hvilken acceleration genstanden opnår.

Opgave 4.3*

Et bægerglas med vand står på en vægt. En person sænker et aluminiumslod med massen 100 gram ned i vandet, uden at loddet rører bægerglasset. Viser vægten mere, mindre eller det samme som før?

Hjælp: Tænk på begrebet opdrift og brug dernæst Newtons 3. lov.



Opgave 5.1

En klods med massen 400 gram trækkes hen ad et vandret ru underlag med en trækraft på 5 N. Gnidningskoefficienten er 0,3.

- Bestem tyngdekraften og normalkraften på klodsens.
- Bestem gnidningskraften og den resulterende kraft på klodsens.
- Hvor stor en acceleration opnår klodsens?

Opgave 5.2

En bog med massen 0,7 kg ligger på et bord. Gnidningskoefficienten er 0,27. Hvor stor en kraft skal man trække i bogen med for at

- bogen bevæger sig med jævn hastighed hen ad bordet.
- bogen opnår en acceleration på 2 m/s^2 .

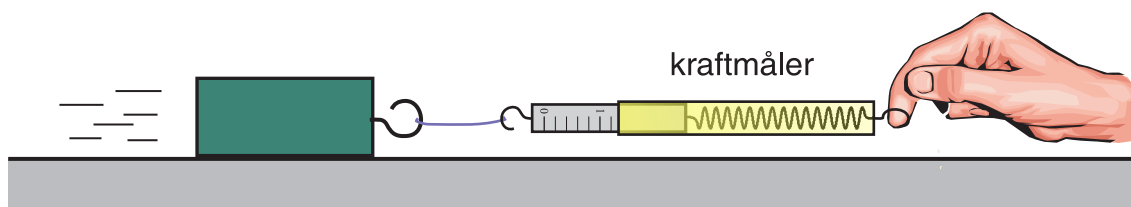
Opgave 6.1

En kasse skubbes hen ad en vandret vej ved at benytte en trækraft på 580 N. Kraften er i bevægelsesretningen. Hvor stort et arbejde udfører trækraften, hvis kassen flyttes stykket 20 meter?

Opgave 6.2

En klods vejer 600 gram og trækkes hen ad et ru vandret bord med en trækraft på 2,4 N, hvorved klodsen opnår en acceleration på $1,5 \text{ m/s}^2$. Klodsen flyttes stykket 3,6 meter.

- Brug Newtons 2. lov til at bestemme den resulterende kraft på klodsen.
- Tegn de kræfter, som virker på loddet, ind på tegningen.
- Hvor stor er gnidningskraften på klodsen?
- Hvor stort et arbejde udfører trækraften?
- Hvor stort et arbejde udfører gnidningskraften?



Opgave 6.3

Fitness-Finn går i Form & Fitness for at træne. I *benchpress*-øvelsen løfter han vægtstangen med massen 80 kg stykket 70 cm op i luften.

- Hvor stor en kraft må han minimum benytte?
- Hvor stort et arbejde udfører denne kraft?



Opgave 6.4

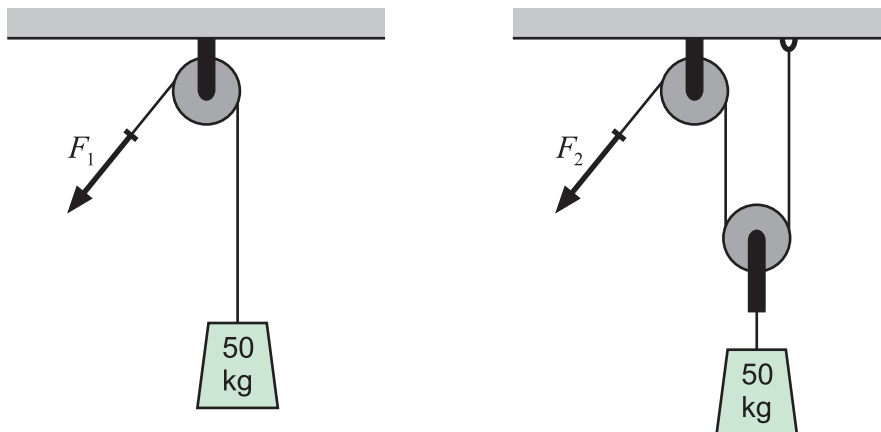
Marie slår græs og må benytte en kraft på 150 N for at skubbe plæneklipperen fremad. Kraften virker i retning af styrestangen, som danner en vinkel på 45° i forhold til vandret. Hvor stort et arbejde udfører Marie, for at skubbe maskinen 30 meter fremad?



Opgave 6.5

Man ønsker at hæve et lod med massen 50 kg i alt 2 meter op. Der kan ses bort fra gnidning og tab i lejer.

- Hvor stor en kraft skal benyttes i hver af de to tilfælde nedenfor?
- Hvor stort et arbejde udføres i hvert af de to tilfælde?



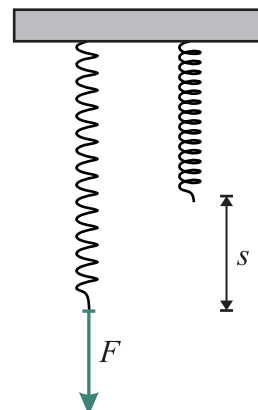
Opgave 6.6*

Fjedre adlyder ofte *Hookes lov*, som siger, at den kraft F , som skal til at strække en fjeder stykket s ud fra ligevægtspositionen, er proportional med s . Dette kan udtrykkes i ligningen $F = k \cdot s$. Proportionalitetskonstanten k , også kaldet *fjederkonstanten*, siger noget om, hvor stærk fjederen er.

- Tegn en (s, F) -graf for en fjeder med fjederkonstant 20 N/m, og aflæs, hvor stor en kraft, som skal til for at strække fjederen 10 cm ud.

Når man trækker ned i en fjeder, observerer vi, at vi skal bruge en større og større kraft, jo længere vi strækker den ud. Kraften er altså *ikke* konstant.

- Bestem det arbejde, som trækkræften udfører ved at strække fjederen stykket 12 cm ud. *Hjælp*: Betragt figur 23 og tænk i arealer!
- Vis, at der gælder følgende generelle formel for trækkræftens arbejde, når en fjeder med fjederkonstant k skal strækkes stykket s ud: $A = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2$.



Opgave 6.7

For at flytte en genstand hen over et ru gulv kræves en kraft på 205 N. Bestem kraftens effekt, idet det oplyses, at genstandens hastighed er 2,4 m/s.

Opgave 7.1

En genstand med massen 1,8 kg accelereres fra en starthastighed af 10 m/s til en sluthastighed på 23 m/s, under påvirkning af en ydre kraft. Beregn ved hjælp af arbejdsætningen den resulterende krafts arbejde.

Opgave 7.2

En genstand med massen 3,5 kg påvirkes af en resulterende kraft på 35 N.

- Benyt arbejdsætningen til at bestemme hvor stor genstandens sluthastighed er efter at have bevæget sig over en strækning på 30 m, idet det oplyses, at genstanden starter fra hvile.
- Samme spørgsmål, hvis dens starthastighed er 4 m/s.

Opgave 7.3

En person, som vejer 85 kg, går op ad trapperne i et højhus til øverste etage, 40 meter højere oppe. Hvor stor er tilvæksten i potentiel energi?

Opgave 7.4

Benyt mekanikkens energisætning til at bestemme hastigheden af en sten, som slippes fra toppen af Eiffeltårnet (300 meter højt).

Opgave 7.5

Brug mekanikkens energisætning til at løse følgende problem: Anders springer i trampolin. Han sætter af og forlader trampolinen i højden 1,0 m over jorden, og når op i en maksimal højde af 3,2 meter over jorden. Bestem starthastigheden, som Anders forlod trampolinen med.

Opgave 7.6

Laila går tur med hendes nye baby. På et tidspunkt på lige vej giver hun barnevognen et puf, så barnevognen forlader hendes hånd med en fart på 3 m/s. På grund af rullemodstand i hjulene stopper barnevognen efter 8 meter. Barnevognens masse er 18 kg.

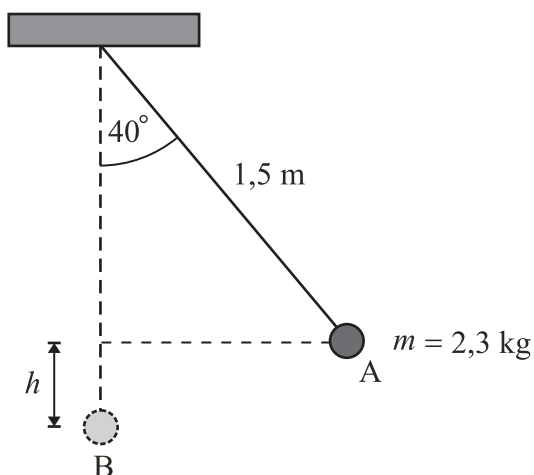
- Hvilke kræfter virker på barnevognen efter den forlader Lailas hånd?
- Hvor stor er rullemodstanden regnet i Newton? *Hjælp:* Benyt (29).



Opgave 7.7

Et pendul består af en rund kugle med massen 2,3 kg, som svinger i en 1,5 meter lang snor. Pendulet holdes ud, så det danner en vinkel på 40° med lodret. Snoren er så let, at vi kan se bort fra dens masse.

- Bestem den potentielle energi for kuglen, når nulpunktet for potentiel energi sættes til at være det laveste niveau, kuglen har i sin bevægelse.
- Bestem ved hjælp af mekanikkens energisætning, kuglens hastighed i sin laveste position.
- Afhænger denne hastigheden af kuglens masse? (Argumenter!)



Opgave 7.8

En cyklist nærmer sig en 9 meter høj bakke.

- Hvor hurtigt skal cyklisten mindst køre for at nå over bakken uden at træde i pedalerne, når der kan ses bort fra gnidning?
- Hvor høj en bakke kan cyklisten passere uden at bruge pedalerne, hvis hans start-hastighed er 30 km/t? Igen ses bort fra gnidning.

Opgave 7.9

En bil med massen 1200 kg kobler ud (slår motoren fra), hvorved bilens hastighed falder fra 72 km/t til 54 km/t over en strækning på 80 meter. Vejen er vandret. Det er en god antagelse, at gnidningskraften på bilen er konstant.

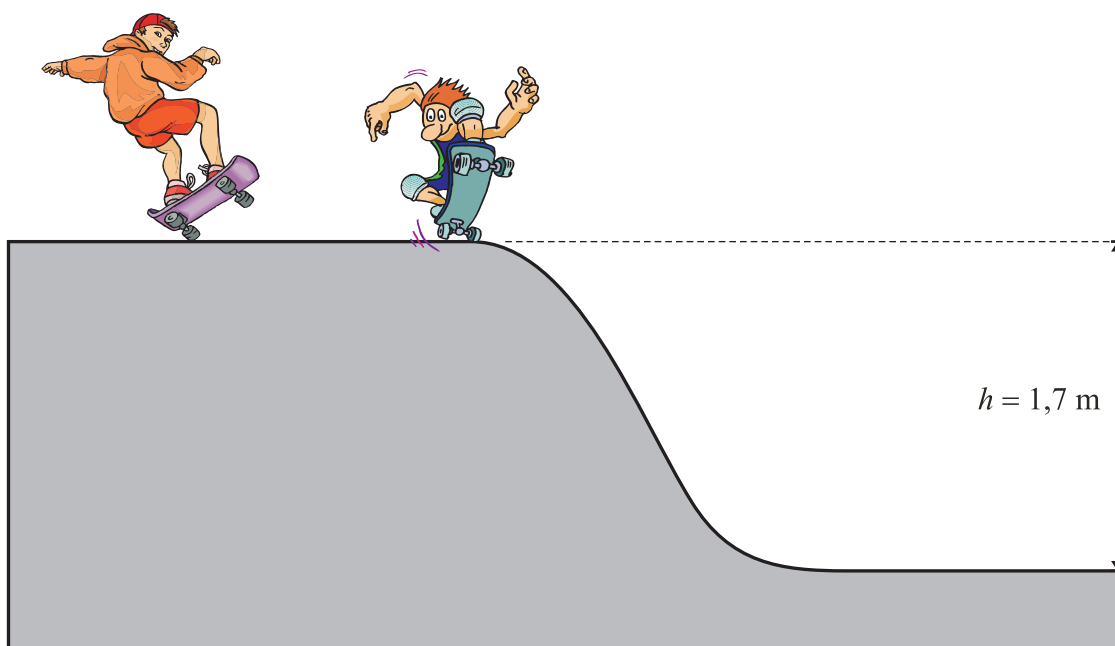
- Hvad er den resulterende kraft på bilen?
- Bestem bilens tab i kinetisk energi.
- Benyt *Arbejdssætningen* samt *Newtons 2. lov* til at bestemme gnidningskraften på bilens samt bilens acceleration.



Opgave 7.10

Skaterne Kanon Ketil og Seje Sigurd konkurrerer om at opnå den største fart ved foden af slidsken. Sidstnævnte vinder med en hastighed på 11 m/s, mens Ketil kun opnår en hastighed på 9,8 m/s. Banen har en niveauforskel på 1,7 meter. Vi antager, at der ikke forekommer nogen gnidning af betydning under bevægelserne ned af slidsken.

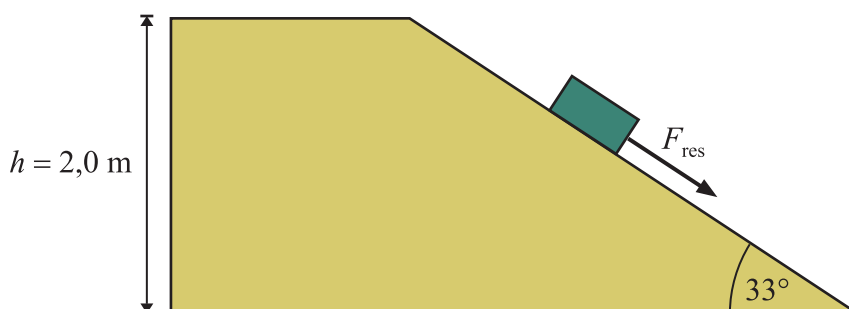
Hvad var hver af de to kombattanters hastighed ved toppen af slidsken? Hvorfor afhænger disse hastigheder ikke af, hvor meget de to vejer?



Opgave 7.11*

En klods med massen 0,9 kg bevæger sig på et skråplan, som danner en vinkel på 33° med vandret og hvis højde er 2,0 m. Klodsens slippes fra hvile fra toppen af skråplanet.

- Hvor stor er hastigheden ved bunden, hvis man antager, at skråplanet er glat?
- Nu viser det sig, at skråplanen ikke er glat, og klodsens opnår kun en hastighed på 4,8 m/s. Beregn gnidningskraftens størrelse og klodsens acceleration. *Hjælp:* Bemærk, at de øvrige kræfters arbejde er lig med gnidningskraftens arbejde og husk, at gnidningskraften er modsat rettet bevægelsen. Se på (24) og (29).



Opgave 7.12 (energibevarelse i tyngdefeltet)

En kugle med massen $m = 0,5 \text{ kg}$ falder frit 1 meter i tyngdefeltet.

Bestem værdierne for størrelserne v , E_{kin} , E_{pot} og E_{mek} for følgende værdier af den tilbagelagte strækning s : 0; 0,25m; 0,50m; 0,75m; 1,00m.

Fra bevægelsesligningerne har vi: $v^2 = 2 \cdot g \cdot s \Leftrightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot s}$.

Som nulniveau for potentiel energi vælger vi den højde, der svarer til, at kuglen har tilbagelagt 1 m.

	$s \text{ (m)}$	$v \text{ (m/s)}$	$h \text{ (m)}$	$E_{\text{kin}} \text{ (J)}$	$E_{\text{pot}} \text{ (J)}$	$E_{\text{mek}} \text{ (J)}$
	0					
	0,25					
	0,50					
	0,75					
	1,00					