

Gaslovene



© Erik Vestergaard

© Erik Vestergaard, april 2018.

Billedliste

Forside: ©iStock.com/cofotoisme (Varmluftsballoner)

Side 3: [Public domain], via Wikimedia Commons (Gay-Lussac)

Side 5: ©iStock.com/traveler1116 (Robert Boyle)

Side 8: ©iStock.com/lcs813 (trykflaske)

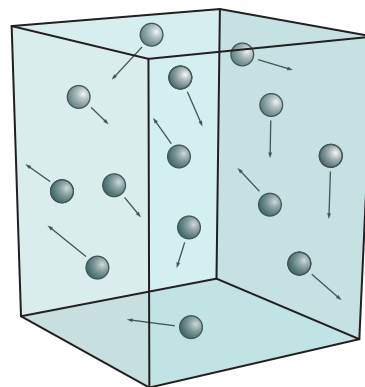
Side 10: ©iStock.com/Mirexon (Varmluftsballon)

1. Indledning

Tryk er som bekendt defineret som *kraft pr. areal*:

$$(1) \quad p = \frac{F}{A}$$

Det giver også fin mening i en gas. Når temperaturen er over det absolutte nulpunkt, vil gasmolekylerne bevæge sig, og jo hurtigere de bevæger sig, jo større kraft vil de udøve mod beholderens vægge. Eftersom molekylerne bevæger sig hurtigere jo højere temperaturen er, er det heller ikke underligt, at trykket vokser med temperaturen. Andre størrelser, der også har betydning for trykket er stofmængden og rumfanget. I det følgende skal vi arbejde med følgende fysiske størrelser:



Fysisk størrelse	Betegnelse	SI-enhed
Temperatur	T	K (Kelvin)
Rumfang	V	m ³
Stofmængde	n	mol
Tryk	p	Pa (Pascal)

2. Gay-Lussacs 1. lov

Efter at have gennemført en række eksperimenter formulerede den franske fysiker og kemiker *Joseph Louis Gay-Lussac* (1778-1850) i 1802 den sammenhæng, som i dag betegnes *Gay-Lussacs 1. lov*. Den siger, at trykket p i en gas vokser proportionalt med den absolutte temperatur T , underforstået for fastholdt rumfang V og stofmængde n . Vi kan udtrykke loven således:

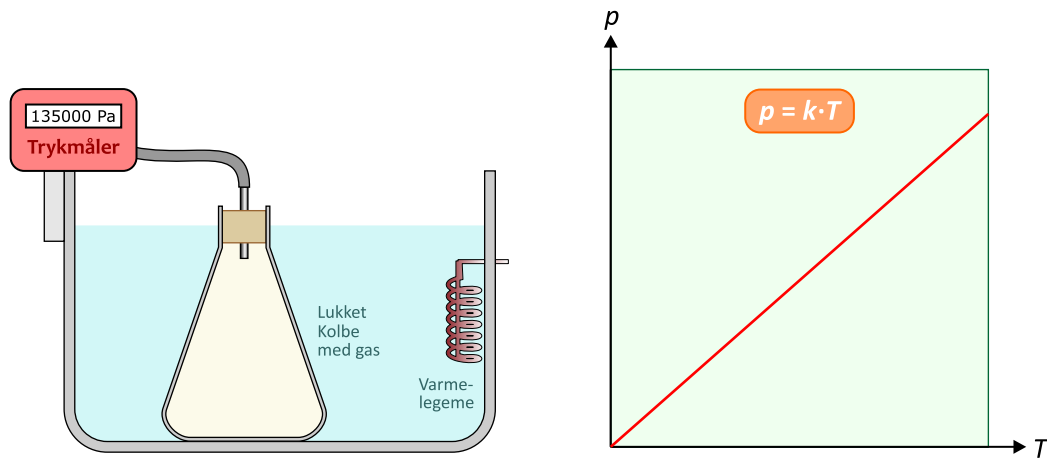
$$(2) \quad \frac{p}{T} = \text{konstant}$$

eller hvis man har to forskellige tilstande for systemet, hvor V og n er fastholdt:

$$(3) \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$



Joseph Louis Gay-Lussac (1778-1850)



Figuren ovenfor til venstre viser et muligt forsøg til eftervisning af loven: En gas er inde-spærret i en kolbe, som er omgivet af vand. Dermed er rumfanget og stofmængden fast. Et varmelegeme varmer vandet og dermed gassen op. Trykket måles med en trykmåler. Grafen til højre viser den proportionale sammenhæng mellem T og p .

3. Boyle-Mariottes lov

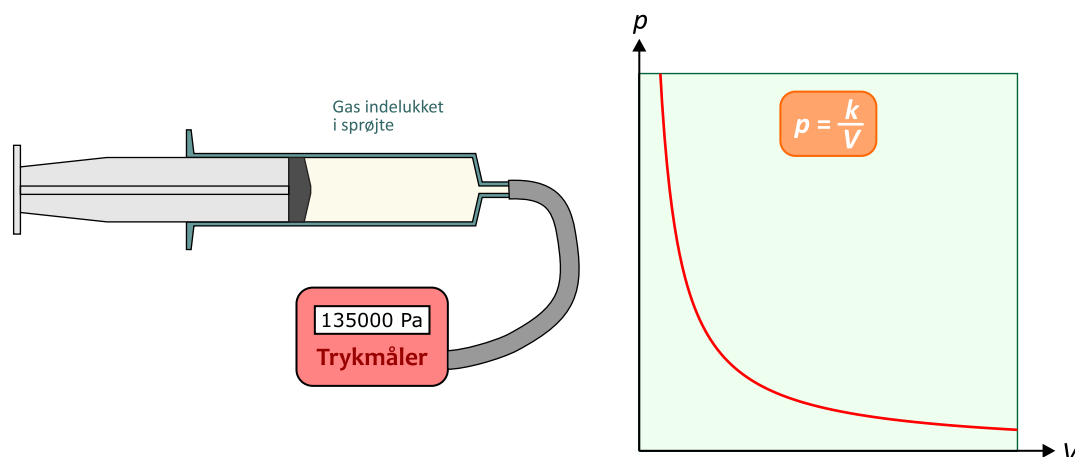
Den irsk-engelske filosof, kemiker og fysiker *Robert Boyle* (1626-1691) publicerede i år 1662 en lov om gasser: I en idealgas er trykket omvendt proportional med det rumfang gassen udfylder, såfremt temperaturen og stofmængden er uændrede i et lukket system. I moderne notation kan vi skrive

$$(4) \quad p = \text{konstant} \cdot V \Leftrightarrow p \cdot V = \text{konstant}$$

for T og n fastholdt. Eller alternativt for to forskellige tilstande af gassen:

$$(5) \quad p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

I 1676 publicerede franskmanden *Edme Mariotte* (1620-1684) den samme lov uafhængigt af Robert Boyle. Derfor kaldes loven nogle steder for *Boyle-Mariottes lov*. Andre steder omtales den bare som *Boyles lov*.



Venstre del af figuren nederst på forrige side viser et muligt eksperiment. En sprøjte har et tætsluttende stempel. Volumen for den indesluttede gas kan reduceres ved at skubbe stemplet ind, hvorved trykmåleren tilsluttet i enden af sprøjten vil vise et højere tryk. Stofmængden er klart fast. Skulle temperaturen midlertidigt stige, når stemplet trykkes ind, kan man bare vente lidt med at måle trykket, indtil gassens temperatur er udlignet i forhold til omgivelsernes temperatur. Derfor kan også T antages fast. Den omvendte proportionale sammenhæng mellem p og V er vist på figurens højre del.

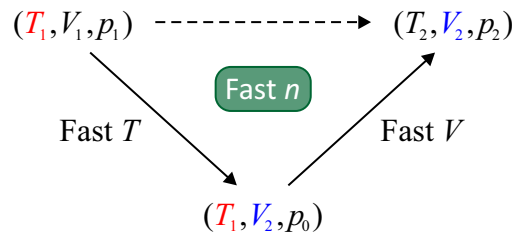


Robert Boyle (1627-1691)

4. Tilstandsligningen for en idealgas

Vi skal se, hvorledes vi med nogle snedige argumenter og de to gaslove fra afsnit 2 og 3 kan slutte os frem til en mere generel sammenhæng mellem tryk, temperatur, rumfang og stofmængde. Udgangspunktet er, at Gay-Lussacs 1. lov gælder for *alle* fastholdte værdier af V og n samt at Boyle-Mariottes lov gælder for *alle* fastholdte værdier af T og n . Vi antager i første omgang, at vi har et system, hvor n er fast. Vi vil bringe dette system

(under fastholdt stofmængde) fra tilstanden (T_1, V_1, p_1) til tilstanden (T_2, V_2, p_2) . Først ændrer vi volumen fra V_1 til V_2 under fastholdt temperatur til en *mellemtilstand*, vi kan kalde (T_1, V_2, p_0) .



Ifølge Boyle-Mariottes lov har vi derfor:

$$(6) \quad p_1 \cdot V_1 = p_0 \cdot V_2$$

Dernæst ændrer vi temperaturen fra T_1 til T_2 ved under fastholdt volumen til sluttilstanden (T_2, p_2, V_2) . Ifølge Gay-Lussacs lov giver det os følgende:

$$(7) \quad \frac{p_0}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Leftrightarrow p_0 = \frac{p_2 \cdot T_1}{T_2}$$

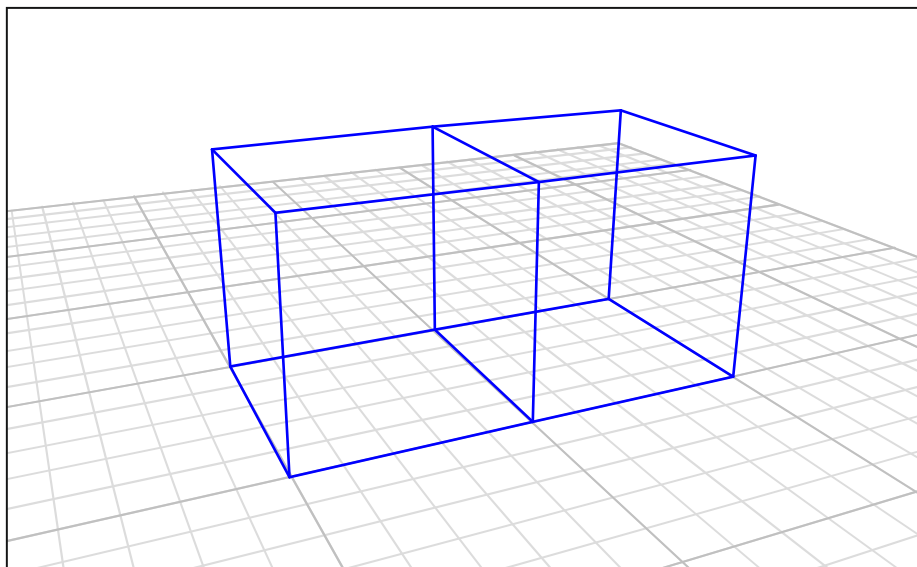
Det sidste omskrevne udtryk for p_0 i (7) indsættes i (6) og man får:

$$(8) \quad p_1 \cdot V_1 = \frac{p_2 \cdot T_1}{T_2} \cdot V_2 \Leftrightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Vi har dermed påvist, at under fastholdt stofmængde gælder:

$$(9) \quad \frac{p \cdot V}{T} = \text{konstant}$$

Det er imidlertid ret klart, at for et givet tryk og en given temperatur vil volumenet være *proportional* med stofmængden. Man kunne for eksempel forestille sig to ens kasser med den samme gasmængde ved samme temperatur og tryk. Når lågen imellem dem fjernes, vil temperatur og tryk efter blanding være uændret, mens stofmængden og volumenet vil være fordoblet.



Vi har dermed argumenteret for:

$$(10) \quad \frac{p \cdot V}{T} = \text{konstant} \cdot n$$

Den italienske kemiker *Amedeo Avogadro* (1776-1856) fandt ud af, at der i lige store rumfang af forskellige gasser ved samme temperatur og tryk var lige mange molekyler. Konstanten i (10) er med andre ord uafhængig af hvilken gas, der er tale om! Denne konstant kaldes *gaskonstanten*: $R = 8,3145 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$. Vi har dermed endeligt argumenteret for tilstandsligningen for en *idealgas*.

Idealgasligningen

For en såkaldt *idealgas* gælder følgende sammenhæng:

$$(11) \quad p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

hvor p er trykket, V er volumenet, n er stofmængden, $R = 8,3145 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ er *gaskonstanten* og T er temperaturen i Kelvin.

Det er interessant at bemærke, at idealgasligningen udtaler sig om *makroskopiske* størrelser, såsom temperatur og tryk.

Som anført har tryk og temperatur noget at gøre med forhold på det *mikroskopiske* plan, nemlig de enkelte molekylers hastigheder. Når temperaturen er over det absolutte nulpunkt ved vi, at molekylerne i et fast stof *vibrerer* omkring en ligevægtsposition. Er det en gas, er molekylerne mere frie, og de kan godt bevæge sig omkring. Jo højere temperatur, jo hurtigere bevæger molekylerne sig. Det betyder at molekylerne rammer mod beholderens væg og påvirker disse med en kraft. Vi ved at *tryk* er *kraft pr. areal*, så jo større hastighed, jo større kraft og dermed større tryk. Det er dog vigtigt at bemærke, at alle molekyler *ikke* har samme hastighed. Nogle har større fart end andre – man siger, at der er en *hastighedsfordeling*. Det er derfor ikke overraskende, at vi er ovre i den *statistiske fysik*. Man kan ikke forudsige noget om det enkelte molekyles opførsel, men fordi der er rigtig mange partikler tilstede, kommer *de store tals lov* i spil, og man kan alligevel forudsige noget om hvad der sker på det *makroskopiske plan*. Temperaturen og trykket er netop eksempler på *makroskopiske* størrelser.

Det er på ingen måde en selvfølge, at sammenhængen mellem temperatur, volumen, tryk og stofmængde er præcist som den, der er postuleret i idealgasligningen. Faktisk er det en *idealiseret model*, som navnet også antyder. Den har vist sig at virke godt i mange konkrete situationer. Loven fungerer bedst ved lave tryk og høje temperaturer, hvor gasmolekylerne er langt fra hinanden og i hurtig bevægelse. Loven er også rimelig nøjagtig ved moderate tryk og når temperaturen er et godt stykke over den temperatur, hvor gassen *fortættet*, altså går over i væskefasen. Hvis gassen er atmosfærisk luft kan loven ofte benyttes, men ikke hvis der er vanddamp tilstede. Og sammenhængen gælder da heller ikke for alle gasser, kun for de såkaldt *ideale gasser*. Typisk vil sammenhængen ikke gælde, hvis der er en meget stor stoftæthed eller trykket er for højt.

Eksempel 1 (Charles' lov)

Den franske opfinder, videnskabsmand, matematiker og ballonskipper *Jacques Alexandre César Charles* (1746-1823) har leveret navn til en gaslov, som udtaler sig om, hvordan en gas udvider sig ved temperaturstigning, for fastholdt tryk og stofmængde:

$$(12) \quad V = \text{konstant} \cdot T \quad \text{eller} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Charles' lov fås som et specialtilfælde af idealgasligningen: $V = (n \cdot R/p) \cdot T$. Den kan for eksempel finde anvendelse, hvis man har en gasmængde indespærret i en sprøjte med et letløbende stempel og man opvarmer gassen i sprøjten (overvej).

Eksempel 2 (Trykflaske)

En 20 liters trykflaske indeholder komprimeret oxygen. Ved almindelig stuetemperatur på 20°C er trykket i flasken 200 atm. Trykflasken er konstrueret til at kunne klare et tryk på 310 atm. Hvor meget må gasflasken maksimalt opvarmes til, for at holde sig på den sikre side?

Løsning: Da trykflasken er lukket, er stofmængden konstant. Volumen er også konstant. Derfor kan vi bruge Gay-Lussacs lov:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Leftrightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} \cdot T_1$$

hvoraf vi får:

$$T_2 = \frac{p_2}{p_1} \cdot T_1 = \frac{310 \text{ atm}}{200 \text{ atm}} \cdot 293 \text{ K} = 454 \text{ K}$$

hvilket svarer til en temperatur på 181°C, som er den temperatur gasflasken med indhold maksimalt må opnå.

□



Eksempel 3 (Varmluftsballeroner)

Når medlemmer af Dansk Ballon Union flyver med varmluftsballeroner, er der ofte tale om balloner med et volumen på 2200 m³. En dag er en ballonskipper og hans kone på en ballonfærd. Antag at brænderen kan opvarme luften i ballonen til gennemsnitligt 90°C, og at temperaturen udenfor i øvrigt er 10°C. Bestem hvor stor ballonens løfteevne er.

Løsning: Ifølge *Archimedes lov* er opdriften på ballonen lig med tyngden af den fortrængte kolde luft. Det der "tynger nedad" er tyngden af den varme luft, ballonen samt lasten. Vi får brug for at udregne antallet af mol atmosfærisk luft i ballonen, både når temperaturen er 90°C, og når den er 10°C. Vi kalder stofmængderne for henholdsvis n_v og n_k (v for varm og k for kold). Til at bestemme disse stofmængder benytter vi idealgasligningen. Det er klart, at trykket er 1 atm. eller 101325 Pa. Vi får:

$$n_v = \frac{p \cdot V}{R \cdot T_v} = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 2200 \text{ m}^3}{8,3145 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \cdot (273 + 90) \text{ K}} = 73858 \text{ mol}$$

$$n_k = \frac{p \cdot V}{R \cdot T_k} = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 2200 \text{ m}^3}{8,3145 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \cdot (273 + 10) \text{ K}} = 94736 \text{ mol}$$

Molarmassen for atmosfærisk luft får ved at udregne et vægtet gennemsnit af molarmasserne for stofferne nitrogen, ilt og argon:

$$M_{\text{luft}} = (0,78 \cdot 28 + 0,21 \cdot 32 + 0,01 \cdot 40) \text{ g/mol} = 28,96 \text{ g/mol}$$

hvorefter masserne af den varme og kolde luft fås til følgende:

$$m_v = M_{\text{luft}} \cdot n_v = 0,02896 \text{ kg/mol} \cdot 73858 \text{ mol} = 2139 \text{ kg}$$

$$m_k = M_{\text{luft}} \cdot n_k = 0,02896 \text{ kg/mol} \cdot 94736 \text{ mol} = 2744 \text{ kg}$$

hvilket giver en masseforskel på 605 kg. Tyngdekraften på den varme luft er:

$$F_{t,\text{varm}} = m_v \cdot g = 2139 \text{ kg} \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 = 21004 \text{ N}$$

Opdriften på ballonen er tyngden af den fortrængte kolde luft:

$$F_{op} = F_{t,\text{kold}} = m_k \cdot g = 2744 \text{ kg} \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 = 26942 \text{ N}$$

Tyngdekraften på ballonen samt lasten må altså ikke overstige

$$F_{t,\text{max}} = 26942 \text{ N} - 21004 \text{ N} = 5938 \text{ N}$$

hvis ballonen skal holde sig i luften. Det svarer naturligvis til at sige, at massen af ballonen og lasten tilsammen højst må være 605 kg.



Eksempel 4 (Luftbobler i havet)

En luftboble med volumen $7,5 \text{ cm}^3$ skabes på bunden af havet. Luftboblen stiger opad og øger under opstigningen sit volumen på grund af de ændrede tryk og temperaturforhold i de højereliggende vandlag. Vanddybden på stedet er 28 m. Vandtemperaturen ved bunden er 10°C , mens den er 17°C i nærheden af overfladen. Hvor stor vil rumfanget af luftboblen være lige før boblen når overfladen?

Løsning: Vi kan antage at luften i boblen er en idealgas. Da stofmængden er fast under opstigningen, giver idealgasligningen eller (9), at:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{konstant} \Leftrightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Vi vedtager, at tilstand 1 er ved bunden og tilstand 2 er lige før overfladen. For det første kan vi antage, at trykket ved havoverfladen er 1 atm. For at bestemme trykket på havbunden benytter vi formelen for trykket fra en væskesøjle og lægger lufttrykket til:

$$p_1 = \rho \cdot g \cdot h + p_0 = 1015 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 28 \text{ m} + 101325 \text{ Pa} = 380409 \text{ Pa}$$

idet vi har anvendt værdien 1015 kg/cm^3 for densiteten af saltvandet. En omskrivning af formelen længere oppe samt indsættelse af de angivne værdier giver:

$$V_2 = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1 = \frac{380409 \text{ Pa}}{101325 \text{ Pa}} \cdot \frac{(273+17) \text{ K}}{(273+10) \text{ K}} \cdot 7,5 \text{ cm}^3 = 28,9 \text{ cm}^3$$

Luftboblens rumfang er altså vokset til $28,9 \text{ cm}^3$.

