

# Differentialregning

Nedenfor en oversigt over regneregler i differentialregning. Det er her forudsat, at  $f$  og  $g$  er differentiable funktioner, mens  $k$  er en konstant \*).

| Regneregler i differentialregning   | Betegnelsen                           |
|---|---------------------------------------|
| (1) $(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$   | Sumregel                              |
| (2) $(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$   | Differensregel                        |
| (3) $(k \cdot f)'(x) = k \cdot f'(x)$   | Konstantregel                         |
| (4) $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$                               | Produktregel                          |
| (5) $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$ | Divisionsregel                        |
| (6) $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$  | Differentiation af sammensat funktion |

\*) I nogle af formlerne er der ekstra betingelser, men dem forbigår vi her, da det kun er en oversigt. De ekstra betingelser er ofte selvindlysende. Divisionsreglen skal man hverken kunne på B eller A-niveau i det almene gymnasium, 2014, men reglen er medtaget for fuldstændighedens skyld. I mat B skal man kun kunne de tre første regler.

Tabel over differentialkvotienter for elementære funktioner:

| $f(x)$                       | $f'(x)$   |
|------------------------------|---|
| $k$                          | $0$   |
| $x$                          | $1$   |
| $x^2$                        | $2x$  |
| $a \cdot x + b$              | $a$   |
| $x^a$                        | $a \cdot x^{a-1}$                                   |
| $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ | $\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$ |
| $\frac{1}{x} = x^{-1}$       | $-\frac{1}{x^2} = -x^{-2}$                          |

| $f(x)$          | $f'(x)$                 |
|-----------------|-------------------------|
| $e^x$           | $e^x$                   |
| $e^{k \cdot x}$ | $k \cdot e^{k \cdot x}$ |
| $a^x$           | $\ln(a) \cdot a^x$      |
| $\ln(x)$        | $\frac{1}{x}$           |
| $\sin(x)$       | $\cos(x)$               |
| $\cos(x)$       | $-\sin(x)$              |
| $\tan(x)$       | $\tan^2(x) + 1$         |

## Integralregning

Nedenfor en oversigt over regneregler i integralregning. Det er her forudsat, at  $f$  og  $g$  er kontinuerte funktioner, mens  $k$  er en konstant \*\*).

| Regneregler i integralregning  | Betegnelse                   |
|--|------------------------------|
| (1) $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$                  | Sumregel                     |
| (2) $\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$                  | Differensregel               |
| (3) $\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$                          | Konstantregel                |
| (4) $\int f(x) \cdot g(x) dx = F(x) \cdot g(x) - \int F(x) \cdot g'(x) dx$ | Partiel integration          |
| (5) $\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = F(g(x))$                                | Integration ved substitution |

\*\*\*) I nogle af formlerne er der ekstra betingelser, men dem forbigår vi her, da det kun er en oversigt. De ekstra betingelser er ofte selvindlysende. Partiel integration skal man hverken kunne på B eller A-niveau i det almene gymnasium, 2014, men reglen er medtaget for fuldstændighedens skyld.

Tabel over stamfunktioner til elementære funktioner nedenfor. Husk at stamfunktioner ikke er entydige: Hvis man lægger en konstant til, er det også en stamfunktion.

| $f(x)$                       | $F(x)$  |
|------------------------------|---|
| 0                            | $k$   |
| $k$                          | $k \cdot x$   |
| $x$                          | $\frac{1}{2} x^2$   |
| $x^a$ ( $a \neq -1$ )        | $\frac{1}{a+1} \cdot x^{a+1}$                               |
| $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ | $\frac{2}{3} \cdot x\sqrt{x} = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$ |
| $\frac{1}{x} = x^{-1}$       | $\ln x $  |

| $f(x)$          | $F(x)$                            |
|-----------------|-----------------------------------|
| $a^x$           | $\frac{1}{\ln(a)} \cdot a^x$      |
| $e^x$           | $e^x$                             |
| $e^{k \cdot x}$ | $\frac{1}{k} \cdot e^{k \cdot x}$ |
| $\sin(x)$       | $-\cos(x)$                        |
| $\cos(x)$       | $\sin(x)$                         |
| $\ln(x)$        | $x \cdot \ln(x) - x$              |